

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA



**MODELO MATEMÁTICO PARA DETERMINAR SIMULTÁNEAMENTE
LAS DECISIONES DE ALMACENAMIENTO Y RECOLECCIÓN DE
PRODUCTOS EN UNA ZONA DE SELECCIÓN**

POR

JOHANNA BOLAÑOS ZÚÑIGA

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN LOGÍSTICA Y CADENA DE SUMINISTRO**

AGOSTO, 2018

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**MODELO MATEMÁTICO PARA DETERMINAR SIMULTÁNEAMENTE
LAS DECISIONES DE ALMACENAMIENTO Y RECOLECCIÓN DE
PRODUCTOS EN UNA ZONA DE SELECCIÓN**

POR

JOHANNA BOLAÑOS ZÚÑIGA

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN LOGÍSTICA Y CADENA DE SUMINISTRO**

AGOSTO, 2018

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Modelo matemático para determinar simultáneamente las decisiones de almacenamiento y recolección de productos en una zona de selección», realizada por el alumno Johanna Bolaños Zúñiga, con número de matrícula 1883900, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Maestría en Logística y Cadena de Suministro.

El Comité de Tesis

Jania Astrid Saucedo

Dra. Jania Astrid Saucedo Martínez

Asesor

[Firma]

Dra. Edith Lucero Ozuna Espinosa

Revisor

Rubén M. Velázquez

MLyCS Rubén Miguel Velázquez Mendoza

Revisor

Vo. Bo.

[Firma]

Dr. Simón Martínez Martínez

Subdirección de Estudios de Posgrado



San Nicolás de los Garza, Nuevo León, agosto 2018

Esta tesis está dedicada con todo mi amor a mis padres y mi tía quienes con sus esfuerzos y dedicación hicieron posible este logro, por motivarme y estar siempre presente cuando más lo necesitaba.

José Jhon Jaiver Bolaños Martínez y Ruby Zúñiga Macca
Ruth Zúñiga Macca

A ti amor por tu paciencia y comprensión, apoyo constante y amor incondicional. Has sido amigo y compañero inseparable, fuente de sabiduría, calma y consejo en todo momento, gracias por invitarme a vivir esta experiencia contigo.

Diego Alexander González Casamachin

A mí querida asesora quien con sus consejos, paciencia y disposición hizo posible que culminara este logro tan importante en mi vida.

Jania Astrid Saucedo

Y en general a todas esas personas que estuvieron listas para brindarme toda su ayuda, a todos y cada uno de ellos les dedico cada una de estas páginas de mi tesis.

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	xii
Resumen	xiv
1. Introducción	1
1.1. Descripción del problema	3
1.2. Objetivo	7
1.3. Hipótesis	7
1.4. Justificación	7
1.5. Estructura del trabajo	8
2. Antecedentes	9
2.1. Almacenes	11
2.1.1. Almacenamiento	14
2.1.2. Proceso de preparación de pedidos	19
2.1.3. Tiempo en la recolección de pedidos	26

3. Revisión de modelos matemáticos	32
3.1. Formulación del TSP	32
3.2. Formulación del VRP clásico	34
4. Metodología	36
4.1. Fundamentos de la programación lineal	40
4.2. Modelo matemático propuesto para el caso de estudio	41
5. Experimentación computacional y análisis	45
5.1. Descripción de las instancias	46
5.2. Complejidad computacional	47
5.3. Resultados y análisis	49
5.3.1. Resultados del método exacto	54
5.4. Métodos de solución propuestos	60
5.4.1. Heurísticas <i>Relax and Fix</i>	60
5.4.2. Resultados del método híbrido con las heurísticas <i>Relax and Fix</i>	62
5.4.3. Heurística constructiva	67
5.4.4. Resultados del método híbrido con la heurística constructiva .	70
5.5. Comparatción de ubicaciones y rutas de recolección	73
6. Conclusiones	78
6.1. Conclusiones generales	78

6.2. Contribuciones	79
6.3. Trabajo a futuro	80
A. Diseño de la matriz de tiempo entre espacios en la zona de selección	81
B. Resultados experimentación computacional	93

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Disposición de la zona de <i>picking</i> de la empresa	5
2.1. Esquema de almacén central, regional y de tránsito.	12
2.2. Esquema almacén de consolidación o CEDIS	13
2.3. Esquema almacén de división de envíos	14
2.4. Funciones dentro de un almacén	15
2.5. Esquema clasificación ABC	16
2.6. Ubicación de productos sin clasificación ABC	17
2.7. Ubicación de productos con clasificación ABC	18
2.8. Acomodo por temperaturas	19
2.9. Complejidad de los sistemas de preparación de pedidos	21
2.10. Diseño de almacén con un solo bloque	23
2.11. Actividades realizadas en la recolección de pedidos	26
2.12. Ilustración de un Steiner TSP	29
4.1. Etapas principales de la IO para solucionar un problema	37

5.1. Instancia ilustrativa	46
5.2. Comparativo de ubicación actual contra ubicación determinada por el modelo propuesto y sus rutas de recolección en los espacios del área A de la zona de selección de la empresa panificadora	76
A.1. Esquema de la zona de selección de productos para el exterior de la empresa panificadora	82
A.2. Combinaciones en el área A.	83
A.3. Combinaciones en el área B	84
A.4. Combinaciones en el área C	84
A.5. Combinaciones en el área D	85
A.6. Combinaciones entre el área A y B	86
A.7. Combinaciones entre el área A y B1	86
A.8. Combinaciones entre el área A y C	87
A.9. Combinaciones entre el área A y D	88
A.10. Combinaciones entre el área B y C	88
A.11. Combinaciones entre el área B y D	89
A.12. Combinaciones entre el área C y D	90
A.13. Otras combinaciones entre el área C y D	91

ÍNDICE DE TABLAS

2.1. Resumen de investigaciones del problema de asignación de almacenamiento y el enrutamiento del recolector	31
5.1. Expresiones para cálculo del número de variables de cualquier instancia del modelo matemático propuesto	48
5.2. Expresiones para cálculo del número de restricciones de cualquier instancia del modelo matemático propuesto	49
5.3. Instancias del escenario 1 con su respectivo tamaño en variables y restricciones generadas	50
5.4. Instancias del escenario 2 con su respectivo tamaño en variables y restricciones generadas	51
5.5. Instancias del escenario 3 con su respectivo tamaño en variables y restricciones generadas	52
5.6. Instancias del escenario 4 con su respectivo tamaño en variables y restricciones generadas	53
5.7. Resultados instancias pequeñas	55
5.8. Resultados instancias medianas	56
5.9. Resultados instancias grandes	57

5.10. Heurísticas <i>Relax and Fix</i> propuestas	62
5.11. Resultados instancias método híbrido con heurística RF01 (por pedidos)	64
5.12. Resultados instancias método híbrido con heurística RF02 (por productos)	65
5.13. Comparativo método exacto y método híbrido con heurísticas RF01 y RF02	66
5.14. Resultados instancias método híbrido con heurística constructiva . . .	71
5.15. Comparativo método exacto y método híbrido con heurística constructiva	72
5.16. Comparativo del tiempo computacional en encontrar la solución óptima entre el método exacto y método híbrido con heurística constructiva	74
5.17. Comparativo tiempo total de viaje de recolección en los espacios del área A de la zona de selección de la empresa panificadora	75
A.1. Ejemplo de la matriz de tiempo entre espacios de la zona de selección de los productos del exterior de la empresa panificadora.	92
B.1. Resultados instancias pequeñas	94
B.2. Resultados instancias medianas	95
B.3. Resultados instancias grandes	96

AGRADECIMIENTOS

A **Dios** por darme la vida, acompañarme y ser mi fortaleza en los momentos difíciles y por permitirme terminar este logro tan importante.

A mi hermosa y amada **familia** por ser fuente de inspiración, a mis padres, mis hermanos, mis tías, mi abuela y a todos quienes día a día a lo largo de mi vida me han brindaron su apoyo incondicional y gracias a ellos hoy día he salido adelante.

A este hermoso país llamado **México**, por brindarme la oportunidad de continuar con mis estudios de posgrado.

Al **Concejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT)**, por la beca otorgada para la realización satisfactoria de mi estudio de maestría.

A la **Universidad Autónoma de Nuevo León y a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica**, por abrirme las puertas a su prestigiosa casa de estudio y permitirme ser parte de esta gran comunidad.

A mi **comité de tesis**, por sus importantes aportes que coadyuvaron con el desarrollo de esta investigación.

A la **Dra. Deisemara Ferreira**, por su ayuda y dedicación durante mi estancia de investigación en la UFSCar -Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, São Paulo -Brasil.

A todos mis profesores quienes a lo largo de mi carrera me transmitieron sus conocimientos, me brindaron su apoyo y me formaron para mi vida profesional.

A mi amiga **Loraine**, por hacerme parte de su familia y apoyo incondicional.

A Ximena y Alfredo, por ofrecerme su ayuda cuando más lo necesitaba.

Y a todos **mis amigos** (mexicanos, colombianos, cubanos, brasileños, costarricenses, venezolanos, argentinos, paraguayos, chilenos y a los que quizá no recordé en su momento) por hacerme sentir como en casa y principalmente por su Amistad.

¡Muchas gracias!

RESUMEN

Johanna Bolaños Zúñiga.

Candidato para obtener el grado de Maestría en Logística y Cadena de Suministro.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio: MODELO MATEMÁTICO PARA DETERMINAR SIMULTÁNEAMENTE
LAS DECISIONES DE ALMACENAMIENTO Y RECOLECCIÓN DE PRODUCTOS EN
UNA ZONA DE SELECCIÓN.

Número de páginas: 103.

OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO: El trabajo de investigación se centra en dar solución a la problemática de una empresa panificadora en la ciudad de Monterrey, México, en la cual, el tiempo promedio empleado en la recolección de pedidos en la zona de selección para cumplir con la demanda prevista está siendo mayor a lo estipulado por la organización, debido a que el sistema de información, que actualmente poseen WMS (por sus siglas en inglés *Warehouse Management System*), genera rutas sin contemplar el peso de los productos, lo que conlleva a que los empleados realicen rutas alternas a las suministradas por el programa tratando de considerar el peso en la secuencia de la recolección, es decir que el peso del artículo que se ubique en la parte superior no afecte al que está debajo de él. Esto conlleva a que el tiempo para esta actividad sea mayor de lo programado por la empresa generando costos extras

de personal y disminución de la productividad.

El método de estudio de la tesis inicia con una revisión de literatura respecto a los estudios que se han realizado de almacenes y preparación de pedidos. De lo cual se concluye que la herramienta más utilizada para resolver la problemática que se desarrolla en la investigación son los modelos matemáticos, los cuales se basan en el CVRP (por sus siglas en inglés de *Capacitated Vehicle Routing Problem*) el cual es una variación del TSP (por sus siglas en inglés de *Travel Salesman Problem*) que contempla cumplimiento de demanda y restricciones de capacidad de espacio, como en nuestro caso.

El objetivo del presente trabajo consistió en minimizar el tiempo de viaje en la recolección de pedidos, mediante el desarrollo de un modelo matemático de programación lineal entera mixta que determina simultáneamente las decisiones de almacenamiento y rutas de recolección de los productos, considerando la demanda y el peso de los mismos para cumplir en tiempo y forma con las solicitudes de los clientes. Debido a que el método exacto arrojó resultados poco favorables en cuanto al tiempo en encontrar una solución óptima o inicial para instancias de tamaño complejo, con el fin de reducir el tiempo computacional, se proponen dos métodos de solución heurísticos para dar una solución inicial entera factible que alimenta al optimizador. Los métodos propuestos fueron las heurísticas *Relax and Fix* y una heurística constructiva.

CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES: Se concluye que cualquier bajo rendimiento en la preparación de pedidos puede conducir a un servicio insatisfactorio y un alto gasto operacional para el almacén y, en consecuencia, para toda la cadena de suministro. Como lo mostraba la situación de la empresa antes de proponer la herramienta, por lo que para operar eficientemente este proceso, necesita ser robustamente diseñado y controlado de forma óptima.

La principal contribución de este trabajo es una herramienta que ayuda a mejorar los gastos operativos en el almacén de la empresa, manteniendo el nivel de

servicio al cliente, con lo cual se coadyuva con la eficacia, eficiencia y productividad de uno de los eslabones de la cadena de suministro. Además, de que esta herramienta podrá ser aplicada a cualquier almacén que cumpla con las características con las que fue diseñada.

Firma del asesor: _____
Dra. Jania Astrid Saucedo Martínez

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Para poder brindar un servicio de calidad de conformidad con las exigencias del consumidor, las empresas se ven obligadas a recurrir a un conjunto de actividades y procesos de manera coordinada, que les permita transformar la materia prima y posteriormente entregar al cliente final, los productos o servicios requeridos por ellos. La integración de los diferentes participantes involucrados en esta serie de procesos es lo que se conoce como cadena de suministro, término que se abordara detalladamente en el capítulo 2.

Dentro de una cadena de suministro, los almacenes son considerados un componente fundamental, debido a que actúan en dos etapas del flujo: el abastecimiento (resguardo de la materia prima) y la distribución (de productos terminados), constituyendo por ende que su gestión es una de las actividades más importantes para el funcionamiento de una organización y cualquier mejoramiento que permita disminuir los costos en los que incurra, contribuirán una cadena de suministro eficaz y eficiente (Gwynne, 2014).

Si se conociera con exactitud la demanda de un producto y si además éste pudiera ser suministrado de forma instantánea, no sería necesario su almacenamiento. Pero aún así las actividades de distribución deberían ser capaces de dar respuestas inmediatas. Como consecuencia a estos factores, surge la necesidad de una red

logística de distribución como una solución efectiva para coordinar los problemas asociados a la incertidumbre, al costo y duración de los transportes y a las exigencias de rentabilidad de las organizaciones. En estas redes logísticas cobran fundamental importancia los Centros de Distribución (de aquí en adelante se denotarán CEDIS) como puntos intermedios entre las empresas y los puntos de consumo. Por lo general, los CEDIS deben de estar ubicados en un punto estratégico, diseñados de acuerdo a la naturaleza y operaciones a realizar al producto, utilizar el equipamiento necesario y estar soportados por una organización y sistema de información adecuado (Orsi, 2013).

Según investigación realizada por Theys *et al.* (2010) en la mayoría de los CEDIS, la preparación de pedidos es una de las principales actividades que se realizan al interior de estos. El proceso, implica actividades en las que se recoge diferentes partidas (un pedido esta compuesto por varias partidas, se puede simplificar como la cantidad de un producto en específico) de productos demandados por los clientes. Como consecuencia de la alta proporción del tiempo consumido por las tareas manuales, se considera como la función de almacén más costosa en términos de mano de obra (Tompkins *et al.*, 2010; De Koster *et al.*, 2007). Una correcta ubicación de almacenamiento de los productos facilita la precisión de proceso y la colocación más eficiente de las existencias, consiguiendo ciclos de pedidos más rápidos y con mejor servicio al cliente (Arrieta, 2011).

Por lo cual, para Davarzani y Norrman (2016) y De Koster *et al.* (2007) los objetivos a alcanzar en la planificación de las tareas de la recolección de pedidos son la minimización de las distancias o el tiempo de viaje que los recolectores realizan a través del almacén para cumplir con la demanda, actividades que se llevan a cabo a través de políticas de enrutamiento, las cuales determinan la secuencia en la que el recolector de pedidos toma los artículos de las ubicaciones del almacén, y especifican tanto el orden en los que estos tienen que ser recogidos, así como el orden en la que se deben de visitar los pasillos. El enrutamiento es uno de los principales problemas en la práctica, ya que es el responsable de que las personas encargadas de la recolección

de productos pasen la mayor parte del tiempo en el almacén, convirtiéndolo en una de las principales opciones para mejoras de rendimiento (Bartholdi y Hankman, 2014; De Koster *et al.*, 2007).

Para las empresas, el poder llevar a cabo esta actividad de manera correcta y que pueda conservar su utilidad sobre una amplia variedad de mezclas y volúmenes de productos o ser fácilmente reconfigurada, es extremadamente valioso.

A continuación se presentará la problemática que presenta la empresa caso de estudio.

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Para lograr el proceso de distribución a nivel nacional y del exterior de sus productos terminados, la empresa panificadora, cuenta con un CEDIS para consolidar la totalidad de sus productos y así armar los pedidos para satisfacer su demanda.

Este CEDIS está compuesto por cuatro tipos de zonas: descarga, almacenaje (temporal y reserva), selección, la cual normalmente es nombrada *picking* (tienen dos, una para productos de consumo nacional y otra para el exterior) y embarque. Los productos dentro de este, son manejados por tarimas y cajas.

La zona de descarga está compuesta por varias entradas al CEDIS, donde los productos son llevados a la zona de almacén. Dependiendo del producto, se especifica la puerta de entrada correspondiente.

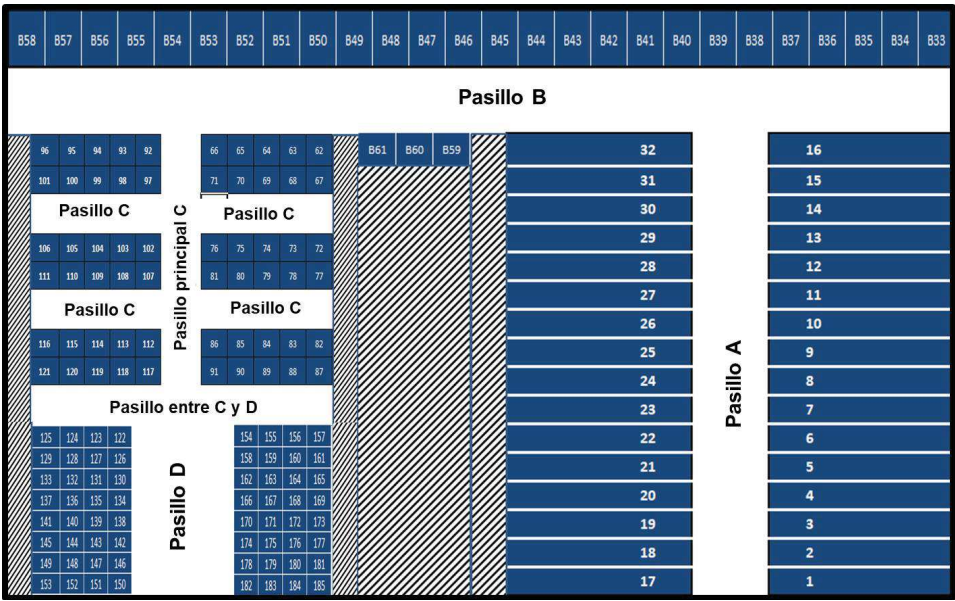
En la zona de almacenaje, están los espacios destinados a alojar los productos que llegan por la zona de descarga. En esta zona se considera la estrategia de entradas y salidas del almacén y el tipo de almacenamiento que es más efectivo, dadas las características de los productos, el método de transporte interno dentro del almacén, la rotación de los productos, el nivel de inventario a mantener, el embalaje y pautas propias de la preparación de pedidos. La empresa tiene dividida esta zona en dos partes,

temporal y de reserva. En la temporal se dejan los productos que llegan por la zona de descarga para hacer control de calidad y registro de entrada. En el de reserva, se almacenan los productos que pasaron el control de calidad, para posteriormente, enviarlos a la zona de selección o de embarque, dependiendo de las existencias y pedidos que se tengan en el momento. Por tratarse de productos perecederos y de la filosofía de la empresa, su política de inventarios es FIFO (por sus siglas en inglés de *First In First Out*).

La zona de selección es aquella donde se realizan pedidos especiales que no están en las mismas dimensiones o unidades como se almacena el producto en general. Posteriormente estos pedidos son enviados a la zona de embarque. La empresa cuenta con dos zonas de este tipo, nacional y de exportación. Dado que el problema para este caso se presenta en la última zona mencionada, a continuación se describirá el manejo y la disposición de espacios que se tiene en ella.

La zona de selección de exportación, esta dividida en 4 áreas, como se muestra en la Figura 1.1. Las áreas A y B están destinadas para ubicar los productos de alta demanda; el área C para productos de media-baja demanda y la D para ubicar los productos de baja demanda. Los pedidos son armados en tarimas con las respectivas partidas (es una parte del pedido, compuesta por un sólo tipo de producto y su cantidad) solicitados por el cliente. La zona está ubicada en un segundo piso y es alimentada por los surtidores, por los cuales se depositan las tarimas de cada producto por medio de montacargas. Cabe resaltar que la recolección de estos productos se realiza de forma manual.

- El área A cuenta con 8 túneles (estanterías dinámicas por gravedad de un solo nivel) en cada lado, cada uno de estos cuenta con 2 carriles para almacenar 5 tarimas en cada uno y solo se puede alojar en cada carril una sola presentación del producto. Quiere decir que, en esta área se cuenta con capacidad de alojar 32 tipos de productos diferentes (uno por carril) y cada uno tendrá disposición de 5 tarimas de almacenaje. En la Figura 1.1 son los espacios que van desde el



Pick to light.¹ Cada estantería tiene 8 espacios de largo por 4 de alto, dando una capacidad total de 32 en cada lado, en la que se pueden resguardar solo 24 cajas de 64 tipos de productos diferentes. En la Figura 1.1 son los espacios que van desde el 122 al 185.

Finalmente, la zona de embarque es el área donde se despachan los pedidos requeridos por los clientes.

La compañía cuenta actualmente con un sistema WMS que le indica el recorrido que los empleados deben realizar para recoger los productos en la zona de selección, ruta que es establecida de acuerdo a la ubicación de los productos, pero el tiempo promedio para ser recolectadas las partidas del pedido, está siendo mayor a la establecida por la empresa, debido a que al momento de armar los pedidos, los empleados deciden considerar rutas alternas cuidando de que al momento de estibar en la tarima, el peso del artículo que se ubique en la parte superior no afecte al que está debajo del mismo, generando con ello costos extras de personal y disminución de la productividad.

Por lo anterior, el problema de esta tesis consiste en realizar un modelo matemático para el acomodo y recolección de productos en zona de selección, ya que al no existir una ubicación apropiada de estos, la recolección no se está llevando a cabo en un tiempo razonable. Según Azadnia *et al.* (2013), reducir el tiempo de viaje para construir un pedido, es un hecho importante en la disminución de los costos y de los retrasos de las respuestas del cliente. El modelo matemático a desarrollar deberá ser suficientemente general, ya que podrá ser utilizado tanto en la zona de selección de exportación como en la nacional.

¹Son sistemas de recolección sin papel (que permiten tener las manos libres) en la que los recolectores son guiados por luces que están instaladas en las estanterías del almacén. Cada ubicación de stock tiene una luz que se enciende si el operador tiene que elegir un producto correspondiente de esa ubicación. Para completar cada selección, el recolector tiene que presionar el botón de la ubicación de *stock* relevante y, en algunos casos, también debe escanear el código de barras del artículo seleccionado.

1.2 OBJETIVO

Minimizar el tiempo de viaje en la recolección de pedidos de la empresa, mediante el desarrollo de un modelo matemático de programación lineal entera mixta que determinará simultáneamente la ubicación de productos y las rutas de recolección de productos, considerando la demanda y el peso de los mismos.

1.3 HIPÓTESIS

Con el desarrollo de un modelo matemático de programación lineal entera mixta, la ubicación de productos, con base en la demanda y peso de cada producto, minimizará el tiempo de recolección en la zona de selección.

1.4 JUSTIFICACIÓN

Cualquier bajo rendimiento en la preparación de pedidos puede conducir a un servicio insatisfactorio y un alto costo operacional para el almacén y, en consecuencia, para toda la cadena de suministro. Para operar eficientemente, este proceso necesita ser robustamente diseñado y controlado de forma óptima (De Koster *et al.*, 2007).

Con base en la investigación de Goetschalckx y Ashayeri (1989), el nivel de servicio de una empresa se compone de una variedad de factores tales como el promedio y la variación del tiempo de entrega de la demanda, la integridad y la precisión. Un vínculo crucial entre la preparación de pedidos y el nivel de servicio es que cuanto más rápido se realice la recolección de lo solicitado, más rápido estará disponible para enviarla al cliente. De lo contrario, si no se lleva a cabo en el tiempo debido, es posible que se deba esperar hasta el próximo período de envío, lo que provocaría una mala prestación del servicio e inconformidad por parte del cliente.

A pesar de que la empresa cuenta con un software especializado que les permite obtener una ruta para llevar a cabo la preparación de pedidos, al estar los productos en una ubicación no apropiada, la ruta de recolección especificada, no es la más favorable, por lo tanto implementar una herramienta matemática para llevar este proceso ayudará a los tomadores de decisiones a determinar las rutas optimas que los operarios deben realizar a través de esta zona.

1.5 ESTRUCTURA DEL TRABAJO

El resto de esta tesis está organizada de la siguiente manera: En el capítulo 2 se presenta una revisión de literatura que aborda los temas de cadena de suministro, logística, almacenes, almacenamiento y preparación de pedidos. De igual manera, se mencionan los métodos utilizados para solucionar el problema presentado en este trabajo; continuando con la descripción de los modelos matemáticos que sirvieron como base para la formulación del modelo propuesto en el capítulo 3 .

El capítulo 4 contiene la explicación de selección de la herramienta para dar solución al problema presentado en el capítulo 1 y su respectiva formulación, mientras el capítulo 5 el describe la validación, análisis y resultados de la herramienta propuesta en el capítulo anterior.

Finalmente, en el último capítulo 6 se exponen las conclusiones, contribuciones y posible trabajo futuro de la investigación.

CAPÍTULO 2

ANTECEDENTES

Una cadena de suministro está formada por todas aquellas partes involucradas de manera directa o indirecta en la satisfacción de una solicitud de un cliente (Chopra y Meindl, 2008; Lambert, 2008; Waters, 2003; Simchi-Levi *et al.*, 2008). La cadena comienza con los proveedores de nuestros proveedores y termina con los clientes de los clientes. Todos los proveedores de bienes y servicios, así como los clientes están conectados por la demanda de los productos y/o servicios solicitados por los consumidores, al igual que los intercambios materiales e informáticos en el proceso logístico.

Según la definición emitida por el Council of Supply Chain Management Professionals (CSCMP, 2013), la logística, es la parte del proceso de la cadena de suministro que se ocupa efectivamente de planear, implementar, y controlar a un costo efectivo, el almacenamiento y el flujo hacia delante y hacia atrás de bienes, servicios y todas la información relacionada a ellos, entre el punto de origen y el punto de consumo, con el propósito de satisfacer las necesidades de los clientes. En otras palabras, se encarga de la gestión y la planificación de las actividades de compras, producción, transporte, almacenaje y distribución. Por lo tanto, podemos decir entonces, que la logística desempeña un papel esencial en el proceso de toma de decisiones para superar la constante y cambiante demanda de los consumidores, así como los factores económicos que afectan a todas las empresas.

Una de las actividades principales que une a la cadena de suministro con la logística, es la distribución, puesto que es la encargada de poner a disposición los bienes o servicios de una empresa hasta el consumidor final. De acuerdo a Chopra y Meindl (2008) la distribución es una directriz clave de la rentabilidad total de una organización, debido a que afecta de manera directa tanto los costos de la cadena como la experiencia del cliente, para asegurar una capacidad de respuesta rápida a estos, algunas empresas cuentan con almacenes en sus redes de distribución, los cuales a su vez contribuyen a aumentar su eficiencia, flexibilidad y dinamismo. De acuerdo a De Koster *et al.* (2007) los almacenes a menudo implican grandes inversiones y costos operativos (por ejemplo, costo del terreno, equipo de la instalación, mano de obra, etc.). Entonces, ¿por qué existen almacenes? De acuerdo con Lambert *et al.* (1998) contribuyen a la realización de una gran cantidad de tareas en las empresas, como:

- Lograr economías de transporte (combinar el envío, la carga de contenedor completo) y de producción (política de producción *make to stock*).
- Tomar los descuentos por compra de calidad y a plazos.
- Apoyar las políticas de servicio al cliente de la empresa.
- Satisfacer las cambiantes condiciones e incertidumbres del mercado (estacionalidad, fluctuaciones de la demanda, competencia).
- Superar las diferencias de tiempo y espacio que existen entre productores y clientes.
- Lograr una logística con el menor costo total acorde con el nivel deseado de servicio al cliente.
- Apoyo a los programas *just in time* de proveedores y clientes.
- Proporcionar a los clientes una combinación de productos en lugar de un solo producto en cada pedido (consolidación); almacenamiento temporal del mate-

rial a desechar o reciclar (logística inversa) y ubicación de búfer para transbordos (es decir, entrega directa, *cross-docking*).

2.1 ALMACENES

Con base en la investigación de Davarzani y Norrman (2016), el almacenamiento es un componente crítico de las cadenas de suministro con la responsabilidad de recibir, almacenar, recoger, empacar y enviar productos entre proveedores y clientes. Además, contribuye con aproximadamente el 20 % de los costos logísticos de las empresas (Azadnia *et al.*, 2013; Gwynne, 2014). Existen distintos tipos de almacenes, según lo mencionado por Escrivá y Savall (2005), los cuales se categorizan por:

a) **Situación geográfica y la actividad que realicen:**

- **Almacén central:** Está ubicado en un punto más próximo a los centros productivos con el fin de disminuir los costos. Una de las funciones que tiene es suministrar productos a los almacenes regionales. Se caracteriza porque en él se manipulan unidades de carga completas (ver Figura 2.1).
- **Almacén regional:** Se localiza cerca de los lugares donde se van a consumir los productos. Se caracteriza por su especial diseño: adecuado para recibir grandes vehículos para la descarga de mercancía y con una zona de expedición menor. La ruta de distribución de los productos del almacén a los centros de consumo no debe ser superior a un día (ver Figura 2.1).
- **Almacén de tránsito:** Se trata de un espacio especialmente acondicionado para la recepción y expedición rápida de productos. Se suele localizar en algún punto intermedio entre el almacén regional y el lugar de consumo, cuando entre ambos hay una distancia que se tarda en cubrir un tiempo superior a un día. Suele aplicar equipos y sistemas de almacenaje sencillos (ver Figura 2.1).

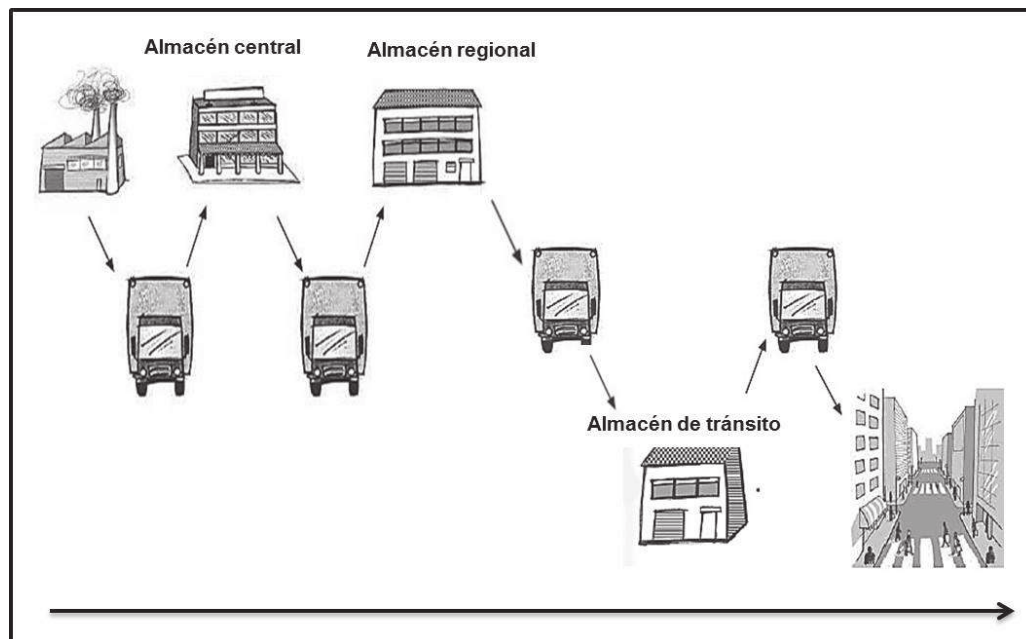


Figura 2.1: Esquema de almacén central, regional y de tránsito.

Fuente: (Escriva y Savall, 2005)

b) **Su función logística:**

- **Almacén de consolidación o centro de distribución (CEDIS):** Se puede definir como el lugar físico donde una o varias empresas almacenan diferentes tipos de mercancías o materias primas, ya sean fabricadas por ellas o adquiridas a un tercero. En este espacio se manejan dimensiones que pueden ir desde muy grandes (palets con mercancía) hasta unidades sueltas. Normalmente los CEDIS no se encuentran en las propias instalaciones de la empresa, sino fuera de ellas, en un punto estratégico, diseñados de acuerdo a la naturaleza y operaciones a realizar al producto, utilizar el equipamiento necesario y estar soportados por una organización y sistema de información adecuado; esto con el fin de facilitar un rápido recibo y despacho de la mercancía que administran. Los centros de distribución cumplen funciones no solo de depósito de mercancías, sino también sirven como agentes aduaneros. Este tipo de almacén tiene la ventaja de que reduce los costos de transporte al agrupar varios pedidos en uno de mayor tamaño; permite aplicar la técnica del *Just in time* y favorece el

flujo de los productos a los clientes (ver Figura 2.2). En este tipo de almacén se desarrolla el caso de estudio.

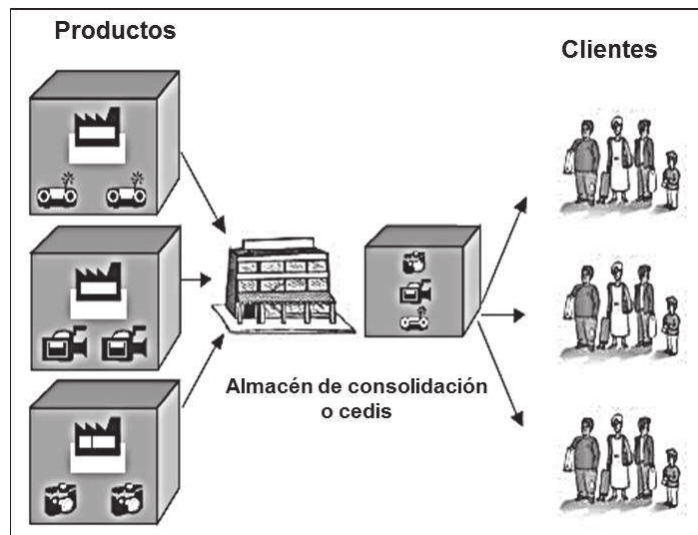


Figura 2.2: Esquema almacén de consolidación o CEDIS

Fuente: (Escriva y Savall, 2005)

- **Almacén de división de envíos o de ruptura:** Este tipo de almacén realiza la función inversa que el almacén de consolidación (ver Figura 2.3).

Adicionalmente, menciona que las funciones que pueden llevarse a cabo dentro de un almacén son (ver Figura 2.4):

- **Recepción:** en este paso, los productos se descargan de los vehículos y se preparan para ser transportados a tiempo a su ubicación de almacenamiento correspondiente.
- **Almacenamiento:** se refiere a la organización de los bienes que se almacenan a fin de lograr una gran utilización del espacio y facilitar el manejo eficiente del material. Esta actividad se puede llevar a cabo por medio de algunos métodos como el ABC y el acomodo por temperaturas (ver sección 2.1.1).
- **Preparación de pedidos (el termino técnico que se utiliza para esta función es *order picking*):** corresponde a la recuperación de objetos de

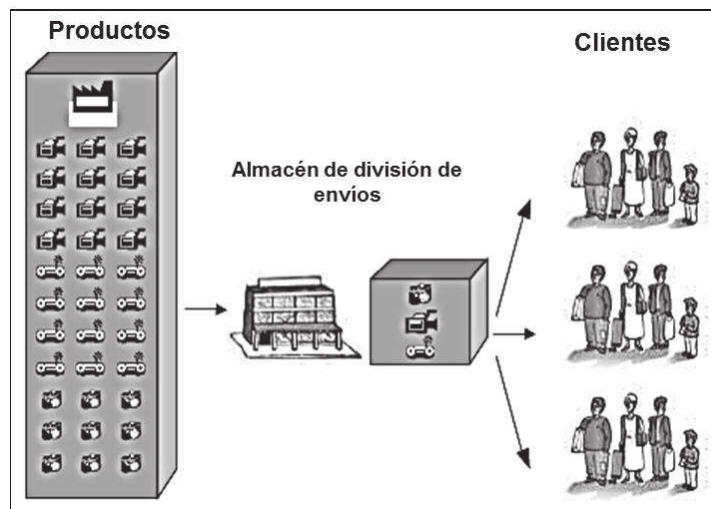


Figura 2.3: Esquema almacén de división de envíos

Fuente: (Escriva y Savall, 2005)

sus ubicaciones de almacenamiento en respuesta a una petición específica del cliente. Esta actividad se puede realizar por medio de algunos métodos como la implementación de los sistemas de información (WMS) y los modelos matemáticos (ver sección 2.1.2).

- **Envío y el proceso de expedición:** en la que los pedidos se verifican, empacan y cargan en un transportista específico para ser enviados a los minoristas o a una instalación especificada por los clientes.

El trabajo de investigación se centrará en las actividades de almacenamiento y preparación de pedidos, las cuales se describirán en las siguientes secciones.

2.1.1 ALMACENAMIENTO

Dentro de la actividad de almacenamiento, la ubicación de los productos es una decisión relevante para tener un fácil acceso a ellos y lograr una mayor utilización de los equipos de manejo de materiales. La clasificación adecuada (o perfil) de los

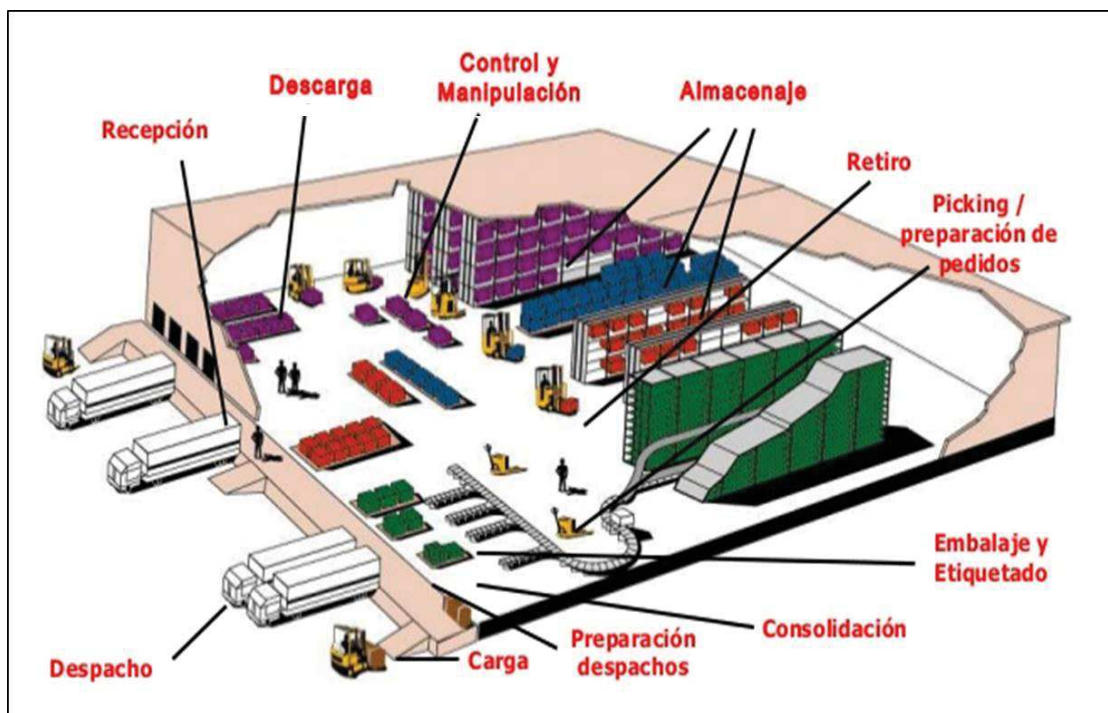


Figura 2.4: Funciones dentro de un almacén

Fuente: Basado en (Perez, 2011)

bienes y la asignación de la ubicación de almacenamiento, juegan un papel crítico en el costo de operación del almacén (Davarzani y Norrman, 2016).

Uno de los métodos más usuales en la práctica para solucionar la asignación de los productos a los espacios en el almacén es la aplicación de la política ABC, la cual es una pauta simple que divide los artículos en tres tipos de clases, A (muy importante), B (moderadamente) y C (menos importante); siguiendo el principio de Pareto o la regla 80/20, en la que se establece que en cualquier población estadística el 20 % de los elementos representarán el 80 % de los datos de mayor interés. Por lo cual, los artículos de clase A son pocos, pero representan el mayor beneficio. Por otro lado, los artículos de clase C son relativamente grandes en número, pero representan una cantidad bastante pequeña del beneficio total. Los elementos entre las clases A y C se clasifican en la clase B (ver Figura 2.5).

Ahora bien, para la ubicación de los productos, por lo general, el criterio de

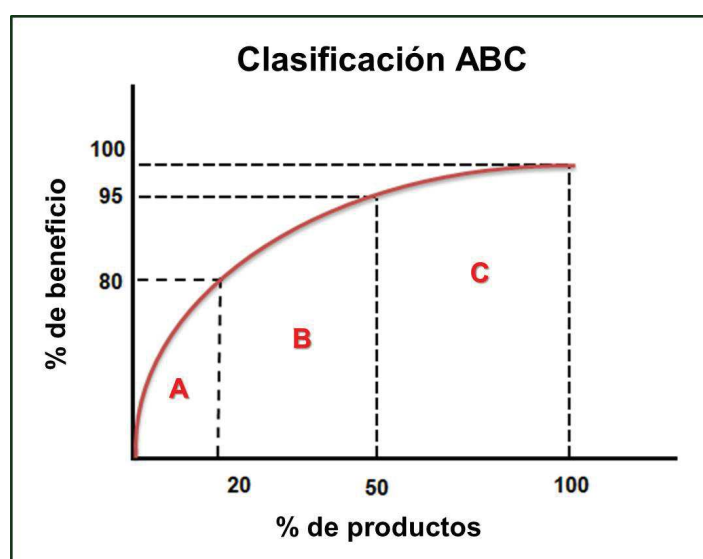


Figura 2.5: Esquema clasificación ABC

Fuente: Elaboración propia

clasificación más utilizado, es de acuerdo a la demanada que tiene, ya que los artículos más solicitados, deberán estar en lugares de fácil y rápido acceso, tener un mejor control y requerir de menos movimientos y recursos para gestionarlos. Factores que son determinantes en la gestión eficiente dentro de un almacén. En la literatura, los lugares de fácil acceso son los que están más cerca de los pasillos principales (Bartholdi y Hankman, 2014; De Koster *et al.*, 2007).

A pesar de que a clasificación ABC tradicional es una herramienta muy útil, es muy limitada y no permite reflejar otros aspectos que pueden llegar a ser importantes para un mejor análisis de la situación. Algunos criterios como la frecuencia con la que se producen los movimientos de los artículos o el peso de estos, como es el caso de esta investigación, son parámetros que ayudarían a realizar una mejor asignación de espacios a los productos y por consiguiente, a disminuir su tiempo de recolección (Weidinger, 2018). Por ejemplo, continuando con la clasificación por demanda, en la categoría A podremos encontrar artículos demandados en gran cantidad, pero con una frecuencia de solicitud muy baja, a su vez, también se pueden tener artículos poco demandados, pero que se piden con mucha frecuencia, en este caso, si solo evaluamos

el criterio, la demanda del producto, tendríamos artículos A siempre disponibles, pero a su vez, tendremos artículos en la categoría C que, aunque con baja demanda, son muy frecuentados en los pedidos, los cuales también tendrán que estar ubicados en un lugar de fácil acceso.

Por lo tanto, para tener un mejor análisis del perfil de los productos se hace necesario disponer de una clasificación más eficiente, por lo que se puede recurrir a la clasificación multicriterio ABC/XYZ/123, en donde cada sección es un criterio de decisión diferente dependiendo de las necesidades que presente el problema. Por ejemplo, el primer grupo puede hacer referencia a que tan solicitado es un producto, el segundo con base en la cantidad en la que se solicita y la última al peso.

A continuación, se muestra un ejemplo grafico de cómo quedarían asignados los productos a las ubicaciones en un almacén, bajo el acomodo por clasificación ABC considerando su demanda. En donde, A representa los más demandados, B los de media y C los de baja demanda.

Como podemos observar en la Figura 2.6, a pesar de que se conoce el comportamiento de la demanda de los productos, su acomodo no es el más favorable, ya que al estar los artículos A tan alejados del pasillo principal, su disponibilidad es baja, por lo que se recorren distancias inútiles y se invierte mucho tiempo en ir a las diferentes posiciones en la que están acomodadas, factores que afectan el costo operativo dentro de los almacenes.

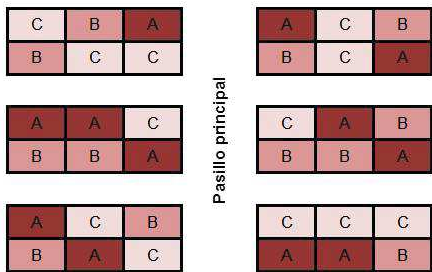


Figura 2.6: Ubicación de productos sin clasificación ABC

Fuente: Elaboración propia

En cambio, en la Figura 2.7, cuando se realiza el acomodo con base en la clasificación ABC, vemos que la disponibilidad de los artículos A es inmediata. Estas condiciones ayudan a que tanto los productos como los equipos de manejo de materiales se utilicen en su máxima capacidad, lo que conlleva a disminuir el costo operativo.

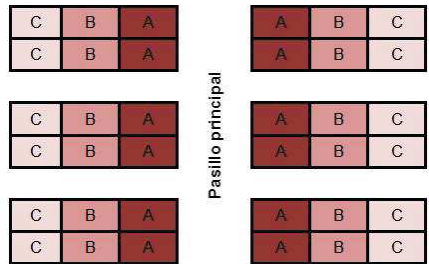


Figura 2.7: Ubicación de productos con clasificación ABC

Fuente: Elaboración propia

Otra de las técnicas empleadas, para la asignación de espacios a productos es la del acomodo por temperaturas, la cual toma en cuenta el acceso y las salidas de la zona de almacenaje y considera la demanda de los artículos u otros criterios, dependiendo del problema. Este acomodo consiste en que los productos, por ejemplo, con mayor movimiento se ubiquen en los espacios más cercanos a las puertas de embarque la cual es denominada como zona caliente, y los de menor movimiento se ubicarán en los espacios más retirados, zona fría. El propósito de este acomodo es que los productos dependiendo del o los criterios que se haya decidido tomar de importancia, queden con una movilidad más rápida de ser despachados y de fácil acceso a sus posiciones de almacenamiento.

En la Figura 2.8, podemos observar cómo sería un acomodo por temperaturas en un almacén. En donde el color rojo será nuestra zona caliente y el azul la zona fría.

A pesar de que la política ABC (tradicional o multicriterio) o el acomodo por temperaturas, permiten dar solución a la asignación de los productos a los espacios en el almacén, sus resultados no son óptimos (Saucedo, 2005; De Koster *et al.*, 2007;

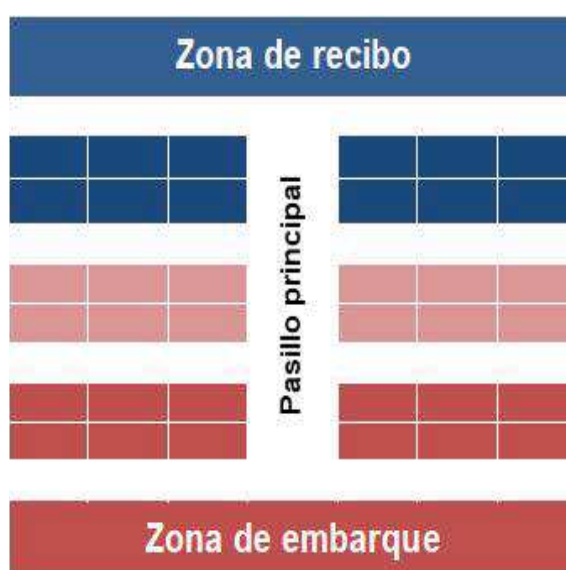


Figura 2.8: Acomodo por temperaturas

Fuente: Elaboración propia

Weidinger, 2018).

2.1.2 PROCESO DE PREPARACIÓN DE PEDIDOS

Como se menciona en la sección 2.1, en los almacenes la recepción y almacenamiento de productos se lleva a cabo en volúmenes grandes, sin embargo, en ocasiones los clientes solicitan pequeños cantidades de productos diferentes. Este tipo de requerimientos es el motivo por el que surge el proceso conocido como preparación de pedidos, el cual comprende una serie de actividades que van desde la selección o programación de los pedidos, la recolección de las pequeñas cantidades de los diferentes artículos desde su ubicación de almacenamiento hasta el despacho de estos, en respuesta a las solicitudes de sus clientes.

En 1984 el Consejo de Educación e Investigación de Almacenaje (WERC por sus siglas en inglés de *Warehousing Education and Research Council*) identificó que el proceso de preparación de pedidos (conocido como *order picking process*) es el

área de mejora con mayor prioridad en la industria del almacenamiento. De acuerdo a estudios realizados por Tompkins *et al.* (2010); Henn y Schmid (2013), es uno de los procesos más críticos a nivel operativo dentro de un almacén, debido a que representa entre el 55 % - 60 % de sus costos, razones por las cuales las empresas se ven obligadas a llevar a cabo esta actividad de la mejor manera posible.

Zuniga *et al.* (2015) resalta que para los almacenes, especialmente para los centros de distribución, el proceso de preparación de pedidos se ha vuelto más importante y complejo debido principalmente a la flexibilidad, la cual proporciona muchas ventajas, como la capacidad de manejar diferentes tamaños, formas, pesos y volúmenes de productos con los mismos recursos para reaccionar a las fluctuaciones del mercado. Sin embargo, también aumenta el número de variables de decisión y la complejidad del sistema, lo que complica las actividades de toma de decisiones. En consecuencia, la flexibilidad puede generar beneficios pero también pérdidas si no se toman las decisiones correctas. La diferencia entre los beneficios o las pérdidas, entre el éxito o el fracaso de una empresa está vinculada a las estrategias inteligentes y eficientes en cada proceso del sistema.

En los almacenes se pueden encontrar diversos tipos de sistemas de preparación de pedidos. La complejidad del diseño de estos, de acuerdo a la importante investigación realizada por Goetschalckx y Ashayeri (1989) y complementada por De Koster *et al.* (2007) está conformada por amplia gama que incluyen tanto factores externos: canales de comercialización, patrón de demanda del cliente, patrón de reposición del proveedor y niveles de inventario, la demanda general de un producto y el estado de la economía; como factores internos (ver Figura 2.9): las características del sistema, las cuales tienen relación con la etapa del diseño (nivel de mecanización, la disponibilidad de información y la dimensionalidad del almacén), la organización y las políticas operativas (incluyen principalmente cinco factores: enrutamiento, almacenamiento, procesamiento por lotes - conocido como *Batching*-, zonificación y el modo en que son liberados los pedidos). Adicionalmente, en la Figura 2.9 se muestra el nivel de complejidad de los sistemas de preparación de pedidos, donde, según la

teoría, cuanto más alejado esté un sistema del origen, más difícil será diseñarlo y controlarlo.

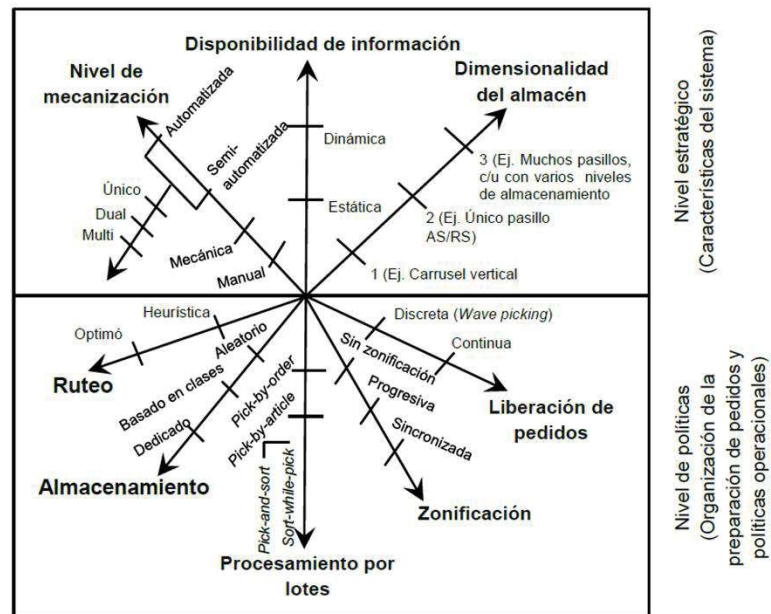


Figura 2.9: Complejidad de los sistemas de preparación de pedidos

Fuente: (De Koster *et al.*, 2007)

Es importante mencionar que maximizar el nivel de servicio sujeto a restricciones de recursos tales como mano de obra, máquinas y capital, es el objetivo en común que tienen los sistemas descritos en la Figura 2.9. Un aspecto clave entre el nivel de servicio y la preparación de pedidos, es el tiempo en que el pedido es recolectado, ya que entre más rápido se recolecte, se contará con una mayor disponibilidad para enviarlo al cliente. Además, un tiempo corto en la recolección podría generar una gran flexibilidad en el manejo de cambios tardíos en los pedidos. Es por esto que, minimizar el tiempo de recolección del pedido (conocido como *picking time*) es necesario para cualquier sistema.

Con base en lo anterior y a la Figura 2.9, en cuanto al nivel estratégico, tanto en la literatura como en la práctica resaltan los siguientes niveles de mecanización:

- Los sistemas que son totalmente manuales y que involucran personas para la

recolección del pedido: Son los sistemas donde el recolector va a la ubicación donde está el producto (conocido como *picker to parts*), el cual se dividen entre nivel bajo, donde el operador camina a lo largo de los pasillos del almacén recolectando los productos solicitados y, nivel alto, donde el operario viaja sobre una grúa que se detiene automáticamente en la ubicación donde está el producto a recolectar.

- Los sistemas que son semiautomatizados: Son los sistemas que van de la ubicación al recolector (conocido como *parts to picker*), en el cual quien se mueve son los palets o contenedores (unidad de carga) hacia los recolectores por medio de los sistemas automatizados de almacenamiento y recuperación (AS/RS por sus siglas en inglés de *Automated Storage and Retrieval System*), luego de que el operario desmonta o surte (modo de operación: simple, doble o múltiple) las cantidades necesarias, los palets o contenedores son devueltos a su lugar en el almacén por este sistema.
- Los sistemas que están totalmente automatizados: La recolección automatizada y robótica solo se usa en casos especiales, por ejemplo, para artículos valiosos, pequeños y delicados.

Según Elbert *et al.* (2016), la variedad de elementos, procesos y las elevadas inversiones requeridas para adquirir sistemas automatizados hacen que sea muy difícil, especialmente para las PyME, confiar e invertir plenamente en ellos. Por otro lado, en los sistemas manuales de bajo nivel, las mejoras en la eficiencia se pueden obtener mediante el empleo de métodos de planificación sofisticados, además de acuerdo a De Koster *et al.* (2007), es el más utilizado en la industria. En consecuencia, todas las investigaciones de mejoras en la eficiencia de preparación de pedidos han considerado para sus métodos de solución que la disposición de las ubicaciones de almacenamiento generalmente sigue un diseño de bloques (ver Figura 2.10), donde un bloque es una sección entre dos pasillos transversales (frontal y trasero), que cuenta con pasillos paralelos unos a otros (pasillos de recolección), donde se ubican los productos a ser recolectados, estos espacios también son llamados bastidores

(Roodbergen y De Koster, 2001a). Algunas investigaciones como Ratliff y Rosenthal (1983), Manzini et al., (2007); Petersen y Schmenner, (1999), Ho et al., (2008), Ho y Tseng, (2006) , Chackelson et al., (2013); De Koster, Van der Poort y Wolters, (1999) la forma del almacén está conformado por un único bloque, mientras que Theys *et al.* (2010); Roodbergen y De Koster (2001a), Shqair et al., (2014) y Hsieh y Tsai, (2006), han contemplado múltiples bloques.

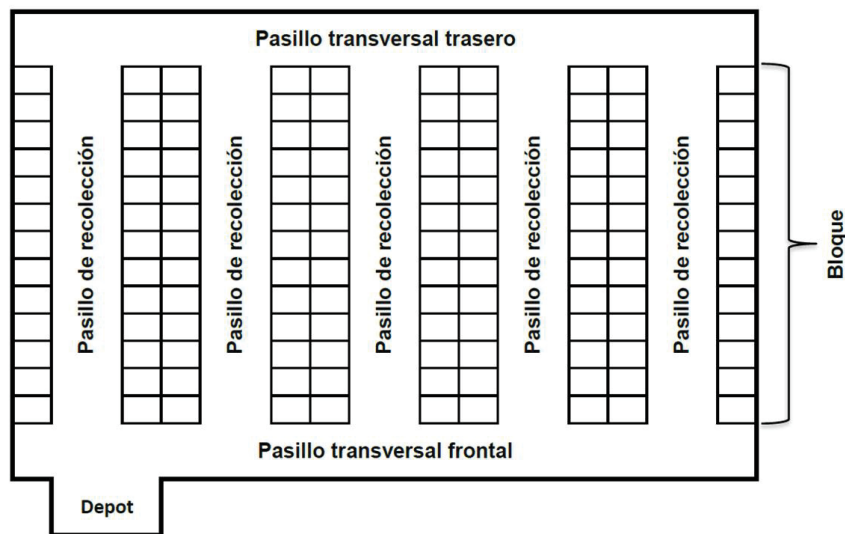


Figura 2.10: Diseño de almacén con un solo bloque

Fuente: Elaboración propia basado en Roodbergen, (2001)

No obstante, en investigaciones como la realizada por Çelk y Süral (2014) el almacén que contemplan tiene un diseño llamado espina de pez, de igual manera pasa en Dekker *et al.* (2004), ya que al tratarse de un caso aplicado a una empresa, la forma del almacén difiere del diseño descrito en la Figura 2.10. Sin embargo, en Daniels *et al.* (1998) las ubicaciones de almacenamiento no siguen un patrón definido.

Retomando la Figura 2.9 y de acuerdo a Van Gils *et al.* (2018a) para minimizar el tiempo de recolección de pedidos existen cuatro problemas de planificación operativa:

- Asignación de ubicación para el almacenamiento: Para determinar la ubicación física en la que se almacenan los productos recibidos antes de ser recogidos

para cumplir con los pedidos de los clientes. Comúnmente hay tres políticas de almacenamiento: aleatorio, donde se asigna cada producto a una ubicación vacía seleccionada arbitrariamente; basado en clases, asigna productos basados en según el tipo características físicas del producto, etc; la clasificación ABC tratada en la sección 2.1.1 es un claro ejemplo de este tipo y, dedicado, donde se asigna cada producto a una ubicación fija.

- **Zonificación:** Es la división del área de preparación de pedidos en zonas más pequeñas, además también se define el flujo que tendrán los pedidos en cada una de ellas, ya sea de forma discreta donde cada operario recolecta todas las partes de un pedido que pertenecen a su zona, para luego pasarla a la siguiente y, de forma continua, donde de manera simultánea, los operarios recojen artículos de una sola zona y luego los consolidan. La zonificación se basa parcialmente en las propiedades del producto, como el tamaño, el peso, los requisitos de seguridad, entre otros. Sin embargo, Gu *et al.* (2007) mencionan que la zonificación hace parte de los métodos para solucionar la ubicación de almacenamiento de los productos.
- **Procesamiento por lotes:** Es un método en el que se define que pedidos combinar en un único recorrido, es decir, dado un conjunto de pedidos recibidos, se dividen en lotes, donde cada lote se recogerá y acumulará para el embalaje y el envío durante un intervalo de tiempo específico. Por lo general, los lotes se crean teniendo en cuenta la fecha de vencimiento de entrega de cada pedido.
- **Enrutamiento:** Determina la secuencia y la ruta en que los productos del pedido deben ser recolectados por el operario, teniendo en cuenta que el producto ya cuenta con una única ubicación de almacenamiento. Existen dos formas de llevarlo a cabo: individual, donde se recolecta un pedido a la vez; o por lotes, cuando se recolectan varios pedidos en un mismo recorrido. La investigación de Daniels *et al.* (1998) es la única que hasta la fecha proponen un método de solución donde las ubicaciones de los productos no están determinadas y el producto está almacenado en diferentes ubicaciones. Aunque en Dekker *et*

al. (2004) se realiza un trabajo similar, la diferencia con Daniels *et al.* (1998) radica en que la asignación y el enrutamiento se llevan a cabo de manera independiente.

Dicho lo anterior y de acuerdo con la extensa investigación realizada por Van Gils *et al.* (2018b), se establece que existen tres excelentes combinaciones de los problemas de planificación para mejorar la eficiencia de la preparación de pedidos, teniendo como mayor cantidad de casos de estudios el procesamiento por lotes y enrutamiento, seguido por la asignación de ubicación de almacenamiento y enrutamiento y por último la asignación de ubicación de almacenamiento y procesamiento por lotes. A pesar de que la mayor parte de la literatura se concentre en dar soluciones a la primera combinación, para Bartholdi y Hankman (2014), el problema de enrutamiento del recolector es muy interdependiente del problema de asignación de almacenamiento.

Cabe señalar que todos los estudios revisados por Van Gils *et al.* (2018b), los problemas fueron resueltos de manera independiente. Sin embargo, en Daniels *et al.* (1998) es la única investigación donde el problema de asignación de ubicación de almacenamiento y enrutamiento es solucionada conjuntamente.

El motivo por el cual hasta la fecha solo se ha propuesto un modelo que solucione conjuntamente el problema de asignación y enrutamiento se debe a que según Weidinger (2018) la complejidad que presenta el tipo de modelo presentado por Daniels *et al.* (1998) no puede resolver instancias del tamaño del mundo real, en cambio sobre la base del trabajo de Ratliff y Rosenthal (1983), la solución independiente de cada problema, parece conveniente porque una vez que se eligen las posiciones de almacenamiento que se visitarán, se puede resolver el problema de encontrar el recorrido más corto para visitar todas estas posiciones de manera óptima o heurística en un tiempo polinomial. Cabe mencionar que el trabajo de Daniels *et al.* (1998) y Weidinger (2018) consideran que los productos se encuentran almacenados en diferentes ubicaciones dentro del almacén.

Puesto que en la empresa caso de estudio posee un nivel de mecanización manual de bajo nivel y la recolección de los pedidos la realiza de manera individual, esta investigación estará enfocada en los métodos de solución que se han proporcionado para minimizar el tiempo de recolección de los pedidos bajo estos criterios.

2.1.3 TIEMPO EN LA RECOLECCIÓN DE PEDIDOS

La recolección manual de pedidos se caracteriza por la gran cantidad de actividades que consumen tiempo: configuración, búsqueda, recolección y viaje, de manera que, estos cuatro componentes de tiempo representan el tiempo total de la recolección de pedidos Tompkins *et al.* (2010), De acuerdo a (Bartholdi y Hankman, 2014) el tiempo de configuración es el que se gasta en papeleos y otras actividades relacionadas, ver Figura 2.11.

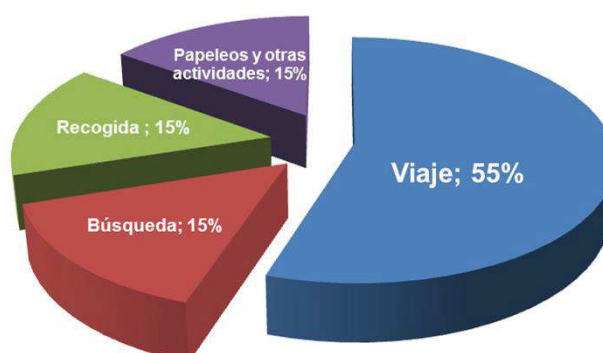


Figura 2.11: Actividades realizadas en la recolección de pedidos

Fuente: (Bartholdi y Hankman, 2014)

Como podemos observar en la Figura 2.11 la actividad del viaje (el tiempo necesario para viajar hacia, desde y entre los lugares de recogida), comprende la mayor parte del gasto de la recolección de pedidos, ya que es el responsable de que el recolector pase la mayor parte del tiempo en el almacén, generalmente es una de las principales opciones a enfocarse para mejorar el rendimiento dentro de este proceso (Bartholdi y Hankman, 2014). También representa la única parte variable, mientras

que el resto de componentes (búsqueda, recogida y otros) puede ser considerado como constantes (Henn *et al.*, 2003). De acuerdo a Scholz *et al.* (2016) el tiempo de viaje es determinado por la longitud total del recorrido que realiza el recolector, por consiguiente, este depende de la secuencia en el que son recogidos los artículos. Suponiendo que la velocidad de desplazamiento de los recolectores es constante, la minimización del tiempo de viaje total es equivalente a la disminución de la longitud total de todos los recorridos que realice el recolector (Jarvis y Mcdowell, 1991). Es así que, cualquier ahorro que se realice en esta actividad conllevará a una buena planificación para la preparación de pedidos.

En consecuencia, para Davarzani y Norrman (2016) los objetivos a alcanzar en la planificación de la recolección de pedidos serán la minimización de las distancias o el tiempo de viaje que los recolectores realizan a través del almacén para cumplir con la demanda. Usualmente estas actividades se llevan a cabo a través de políticas de enrutamiento, en las cuales se determina la secuencia en la que serán recolectados los productos solicitados en cada pedido para garantizar una buena ruta a través del almacén.

La función de recolección de pedidos, según Rouwenhorst *et al.* (2000), es realizada por los WMS. Este sistema tiene la facilidad de poder determinar con precisión la ubicación y cantidad de producto a recolectar e indicar la ruta a seguir. No obstante, para Shiau y Lee (2010) un WMS se emplea para mejorar la eficiencia del almacén y mantener inventario preciso mediante el registro de transacciones dentro de este.

Otra de las ventajas de emplear el WMS es reducir las discrepancias en los inventarios. Dicha aseveración es mencionada en el trabajo realizado por Davarzani y Norrman (2016) la cual se fundamenta por comentarios de profesionales en la materia. No obstante, los algoritmos utilizados en este sistema no son realmente avanzados, debido a que a menudo, necesitan una gran cantidad de datos precisos que generalmente no están disponibles en la práctica. Es por esto que, los profesiona-

les prefieren mantener soluciones basados en lógicas muy simples para asegurarse de que estas funcionen en la realidad. Adicional, estos autores muestran que la herramienta empleada con mayor frecuencia en el proceso de recolección de pedidos son los modelos matemáticos, aunque algunos profesionales están en desacuerdo con el empleo de los mismos. En esta investigación, por el contrario, el uso de los modelos matemáticos en la mejora de este y otros procesos dentro de la empresa, sí es viable para los profesionistas.

Por lo anterior, en la literatura Daniels *et al.* (1998); Scholz *et al.* (2016); Lin *et al.* (2016), entre otros, la política de enrutamiento, es decir, determinar el recorrido y secuencia para la recolección de los artículos solicitados en un pedido, puede interpretarse como un caso especial del TSP (por su siglas en inglés, *Travelling Salesman Problem*). De acuerdo a De Koster *et al.* (2007), el problema del TSP debe su nombre al problema de que un vendedor, comenzando en su ciudad natal, tiene que visitar varias ciudades exactamente una vez y regresar a su punto de origen. Se conoce la distancia entre cada par de ciudades y se requiere determinar el orden en que debe visitarlas, de modo que la distancia total recorrida sea lo más corta posible. Por consiguiente, la situación del vendedor ambulante tiene muchas similitudes con la de un recolector de pedidos en un almacén ya que, debe comenzar en un punto de partida (ciudad de origen), donde recibe una lista de recolección, luego visitar todas las ubicaciones de recogida (ciudades) y finalmente tiene que regresar al punto de inicio. Sin embargo, Scholz *et al.* (2016) haciendo referencia al trabajo de Burkard *et al.* (1998) menciona que para el problema de recolectar los pedidos de manera individual (en inglés *single picker routing problem*) en un almacén con forma de bloque (descrito en la Figura 2.10) también se puede formular como un Steiner TSP, bajo el supuesto de que se crean vértices artificiales entre los pasillos de recolección y transversales (puntos blancos), por lo tanto, se pueden realizar visitas múltiples a estos puntos, por ejemplo, cuando se ingresa a un pasillo a visitar las ubicaciones con el producto a recolectar (puntos negros), este se puede abandonar por el mismo pasillo transversal por donde ingreso lo que hace posible que se pase por un mismo

punto dos veces y omitir otros, ver Figura 2.12

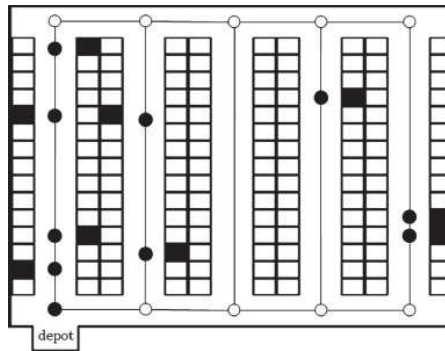


Figura 2.12: Ilustración de un Steiner TSP

Fuente: Scholz *et al.* (2016)

Considerando lo anterior, Elbert *et al.* (2016) revelan que la determinación de las rutas cortas para la recolección de pedidos ha sido una corriente muy popular de la investigación en el pasado, brindando soluciones óptimas entre los que se encuentran los trabajos de: Ratliff y Rosenthal (1983), Roodbergen y De Koster (2001a), Scholz *et al.* (2016); como heurísticas De Koster y Poort (1998), Theys *et al.* (2010). Asimismo, un aporte importante que demuestran Elbert *et al.* (2016) es la evidencia empírica de que los recolectores de pedidos tienden a desviarse de las rutas especificadas, principalmente, por dos motivos, omiten artículos o pasillos, lo que pone en juego la eficacia de estos enfoques de enrutamiento. Mientras que, Scholz *et al.* (2016) determinan que el rendimiento de estas estrategias (óptimas o heurísticas) depende de las características del problema, como lo son el número de pasillos de recolección y ubicaciones por pasillo, la posición del depósito y la cantidad de artículos solicitados.

Como se expuso en la sección 2.1.2, existen dos combinaciones relacionadas con el enrutamiento, la asignación y el procesamiento por lotes; en esta investigación, esta última actividad es realizada por el WMS que posee la empresa, es por esto que, nos enfocaremos en determinar la asignación de ubicación de almacenamiento del producto con base en la política de enrutamiento, lo cual según Van Gils *et al.* (2018a), existe una interacción estadísticamente significativa entre estos problemas, ya que los elementos que se mueven rápidamente deben asignarse a ubicaciones de

almacenamiento a las que se pueda acceder con mayor facilidad, lo que depende en gran medida de la política de enrutamiento. Bajo este enfoque, en la Tabla 2.1 se muestra un resumen de los artículos que se han revisado para esta investigación:

Teniendo en cuenta que investigaciones como las de De Koster *et al.* (2007); Bahrami *et al.* (2017) mencionan que el método más utilizado para resolver este tipo de problemas es por medio de heurísticos, en este trabajo no se descarta la posibilidad de desarrollar un modelo matemático que se resuelva de manera exacta, ya que como podemos observar en la Tabla 2.1, hasta al momento no se ha realizado un modelo que cumpla con las características del problema que presenta la empresa.

De acuerdo a lo expuesto anteriormente, la política de enrutamiento dentro de un almacén, puede interpretarse como un caso especial del TSP, no obstante en esta investigación el recorrido debe de contemplar criterios de cumplimiento de demanda, entre otros aspectos, los cuales no son considerados en la formulación clásica del TSP. Sin embargo, una generalización de este problema que sí lo considera es el problema de ruteo de vehículos (VRP, por sus siglas en inglés de *Vehicle Routing Problem*). A continuación se hará una breve explicación de estos modelos matemáticos que se servirán como base en la formulación del modelo propuesto para la solución de la problemática presentada en la empresa.

Tabla 2.1: Resumen de investigaciones del problema de asignación de almacenamiento y el enrutamiento del recolector

Artículos	Asignación para almacenamiento	Ruteo	Solución independiente de cada problema	Almacenamiento determinado	Multiples ubicaciones del producto	Almacén con forma de bloque	Parámetro a cumplir	Tipo de solución
Ratliff y Rosenthal (1983)		X		Si	No	Si		Óptima
Goetschalckx y Ratliff (1988)		X		Si	No	Si		Óptima
De Koster y Poort (1998)		X		Si	No	Si		Óptima
Caron <i>et al.</i> (1998)	X	X	Si	Si	No	Si	Demanda	Heurístico
Daniels <i>et al.</i> (1998)	X	X	Si	No	Si	No	Demanda	Heurístico
Petersen y Schmenner (1999)	X	X	Si	Si	No	Si	Demanda	Heurístico Simulación
Vaughan y Petersen (1999)		X		Si	No	Si		Heurístico
Roodbergen y De Koster (2001a)		X		Si	No	Si		Heurístico
Roodbergen y De Koster (2001b)		X		Si	No	Si		Heurístico
Dekker <i>et al.</i> (2004)	X	X	Si	Si	Si	No	Demanda y otros	Heurístico
Hwang <i>et al.</i> (2004)	X	X	Si	Si	No	Si	Demanda	Heurístico Simulación
Manzini <i>et al.</i> (2007)	X	X	Si	Si	No	Si	Demanda	Heurístico Método Analítico
Theys <i>et al.</i> (2010)	X	X	Si	Si	No	Si	Demanda	Heurístico
Chan y Chan (2011)	X	X	Si	Si	No	No	Demanda	Heurístico Simulación
Pan y Wu (2012)	X	X	Si	Si	No	Si	Demanda	Heurístico
Shqair <i>et al.</i> (2014)	X	X	Si	Si	No	Si	Demanda	Heurístico Simulación
Çelk y Süral (2014)	X		N/A	Si	No	No	Demanda	Heurístico
Scholz <i>et al.</i> (2016)		X	Si	Si	No	Si	Demanda	Óptima
Dijkstra y Roodbergen (2017)	X	X	Si	Si	No	Si	Demanda	Programación Dinamica
Modelo Propuesto	X	X	No	No	No	No	Demanda y peso	Óptima

Fuente: Elaboración propia basado en (Van Gils *et al.*, 2018b)

CAPÍTULO 3

REVISIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS

Como se expuso en el capítulo anterior, el problema el enrutamiento de los recolectores en la zona de selección a menudo es resuelto por medio de modelos basados en TSP, los cuales según Scholz *et al.* (2016) se han propuesto una variedad de tales formulaciones en la literatura, siendo probablemente la más destacada la llevada a cabo por Miller *et al.* (1960).

3.1 FORMULACIÓN DEL TSP

En el TSP se dispone de un solo agente (vehículo) que debe visitar a todos los nodos (clientes) en una sola ruta de tal manera que el costo total sea el mínimo. No suele haber un deposito (en caso de tenerlo no se distingue de los clientes).

Para su formulación, generalmente, se supone un grafo completo $G = (V, A)$. Donde V es el conjunto de nodos (clientes), el conjunto de arcos se define como $A = (p, q) | p, q \in V, p \neq q$ y para cada ir de un cliente a otro (arcos) se puede calcular un costo c_{pq} de acuerdo con el diseño respectivo.

Contemplando la siguiente variables binaria:

$$x_{pq} = \begin{cases} 1, & \text{si el arco } (p, q) \in A \text{ esta contenido en la ruta} \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

h_p posición de un nodo p en la ruta, $p \in V \setminus \{0\}$.

Modelo:

$$\max \quad \sum_{(p,q) \in A} c_{pq} x_{pq} \quad (3.1)$$

$$s.a : \quad \sum_{(p \in V)} x_{pq} = 1 \quad \forall q \in V \quad (3.2)$$

$$\sum_{(q \in V)} x_{pq} = 1 \quad \forall p \in V \quad (3.3)$$

$$h_p - h_q + (n+1)x_{pq} \leq n \quad \forall (p, q) \in A : p, q \neq 0 \quad (3.4)$$

$$x_{pq} \in \{0, 1\} \quad \forall (p, q) \in A \quad (3.5)$$

$$h_p \geq 0 \quad \forall p \in V \setminus \{0\} \quad (3.6)$$

donde la ecuación (3.1) es la función objetivo que minimiza el costo total del recorrido, las restricciones (3.2) y (3.3) garantizan que cada nodo o ubicación se visita exactamente una vez, la (3.4) excluyen los subtours asegurando que la posición asignada al nodo p en un recorrido, sea menor que la posición asignada al nodo q si se usa el arco (p, q) , la (3.7) y (3.6) son las restricciones lógicas.

Como podemos observar, en el modelo de optimización descrito anteriormente, no hay demanda asociada a los clientes, lo cual hace que para nuestra tema de investigación debamos utilizar un modelo que contemple dicho criterio, como es el caso del problema de ruteo de vehículos (VRP), el cual es una generalización del TSP, en el que los vehículos (agentes) ubicados en un punto central son utilizados para visitar a un grupo de clientes en localizaciones diferentes y satisfacer sus demanda (conocidas), por lo tanto, cada uno de ellos debe ser visitado una sola vez por uno de

los vehículos, respetando sus restricciones de capacidad, tiempo máximo permitido de trabajo, distancia máxima recorrida, entre otros. En este problema la cantidad de rutas no es fijada de antemano como en el TSP.

3.2 FORMULACIÓN DEL VRP CLÁSICO

Continuando con la connotación del modelo anterior, se añaden lo siguiente:

Se denota como k al conjunto de vehículos a utilizar.

d_p demanda del cliente p .

La variable binaria

$$x_{pq} = \begin{cases} 1, & \text{si el arco } (p, q) \text{ hace parte de la solución} \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

Para un conjunto de clientes S , $d(S) = \sum_{p \in S} d_p$ es su demanda total y $r(S)$ indica la mínima cantidad de vehículos necesarios servirlos a todos.

Modelo:

$$\max \quad \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \sum_{k=1}^n c_{pq} x_{qp} \quad (3.1)$$

$$s.a : \quad \sum_{(p \in V)} x_{pq} = 1 \quad \forall q \in V \setminus \{0\} \quad (3.2)$$

$$\sum_{(p \in V)} x_{qp} = 1 \quad \forall q \in V \setminus \{0\} \quad (3.3)$$

$$\sum_{(p \in V)} x_{p0} = k \quad (3.4)$$

$$\sum_{(q \in V)} x_{0q} = k \quad (3.5)$$

$$\sum_{p \in S} \sum_{(q \neq p) \in S} x_{qp} \leq r(S) \quad \forall S \subset V \setminus \{0\}, S \neq \emptyset \quad (3.6)$$

$$x_{pq} \in \{0, 1\} \quad \forall (p, q) \in V \quad (3.7)$$

donde la (3.1) es la función objetivo que minimiza el costo total del recorrido, las restricciones (3.2) y (3.3) garantizan que cada nodo o ubicación se visita exactamente una vez, la (3.4) y (3.5) aseguran que los vehículos salgan y regresen al punto de origen, (3.6) actúa como restricción de eliminación de subciclos y a la vez impone que la demanda total de los clientes visitados por un vehículo no puede superar su capacidad y la (3.7) son las restricciones lógicas.

El modelo VRP posee múltiples variantes dependiendo de las restricciones y los diferentes tipos de objetivos como de minimizar longitud de rutas, la longitud de la ruta más larga, el número de vehículos, balance que puede ser de carga, número de clientes, tiempo de ruta, maximizar la satisfacción de clientes, la compacidad de las rutas, además de considerar criterios como vehículos homogéneos, heterogéneos, ventanas de tiempo, entre otras.

Finalmente, estos modelos de optimización descritos anteriormente serán adaptados para la formulación del modelo matemático con el fin de proponer una solución a la problemática presentada en la empresa.

CAPÍTULO 4

METODOLOGÍA

De acuerdo a la revisión de literatura presentada en el capítulo anterior, vemos que llevar a cabo de manera correcta la actividad de la preparación de pedidos, representa un ahorro significativo en los almacenes de distribución y a su vez en la cadena de suministro, permitiéndole tener a las empresas una capacidad de respuesta rápida a los clientes.

También se observó que este problema ha sido estudiado a lo largo de los años y se han empleado diferentes métodos para la solución del mismo, ya que debido a la competitividad que existe en los mercados se requiere que la toma de decisiones sea más rápida.

Uno de los métodos que mejor resultado han dado para la optimización de este proceso ha sido por medio del desarrollo de los modelos matemáticos, ya que es una herramienta que permite por medio de formulaciones matemáticas y con base en una serie de criterios del problema presentado, analizar todas las posibles soluciones que se presenten y encontrar la mejor entre las mismas y de acuerdo a los resultados obtenidos, llevar a cabo la toma de decisiones. Cumplen con esta finalidad ya que son una herramienta de la Investigación de Operaciones (IO).

La IO es una rama de las matemáticas que permite el análisis de la toma de decisiones teniendo en cuenta los recursos disponibles (tiempo, personal, inventa-

rios, entre otros) para determinar cómo se puede optimizar un objetivo definido (por ejemplo maximizar los beneficios o la minimizar los costos). De acuerdo a Churchman *et al.* (1971) y Hillier y Lieberman (2010), la IO es la aplicación, por grupos interdisciplinarios (negocios, gobierno, industria, hospitales, etc.), del método científico a problemas relacionados con el control de las organizaciones (transporte, almacenamiento, inventarios) o sistemas (hombre – máquina), a fin de que se produzcan soluciones que mejor se adapten a la organización en su conjunto y no a un área en particular.

Existen 6 etapas importantes para llevar a cabo la solución de un problema por medio de IO, ver Figura 4.1.

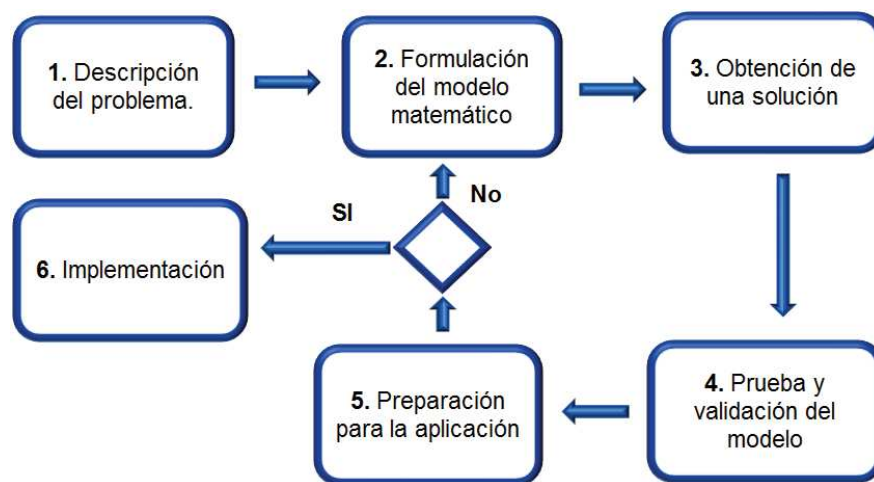


Figura 4.1: Etapas principales de la IO para solucionar un problema

Fuente: Elaboración propia basado en Hillier y Lieberman (2010)

Como primera etapa, se requiere de la definición del problema de interés y recolección de datos relevantes, en la cual se realiza un estudio y desarrollo de problemática. Se considera la parte crucial del proceso ya que si no se realiza una correcta definición y comprensión del problema, afectará el resto de la solución y no se podrán da conclusiones acertadas. Esto incluye determinar los objetivos apropiados, las restricciones sobre lo que se puede hacer, las interrelaciones del área bajo estudio con otras áreas de la organización, los diferentes cursos de acción posibles, los límites de tiempo para tomar una decisión, etc., esto se puede llevar a cabo por

medio de una buena comunicación entre la parte administrativa y el investigador de operaciones.

Posteriormente, la siguiente etapa será la formulación de un modelo matemático que representa el problema planteado, en el cual se tomarán consideraciones que permitan una aproximación abstracta de la realidad con consideraciones y simplificaciones que hacen más manejable el problema para poder evaluar eficientemente las alternativas de solución. En otras palabras, en esta etapa se definen los supuestos, parámetros, variables, la función objetivo y sus restricciones o limitaciones, del problema que se pretende resolver. Puesto que el fin de este modelado es la optimización de un proceso, uno de las formas más utilizadas para plantearlos es por medio de la programación lineal (LP, por sus siglas en inglés de *Lineal Programming*), en la cual, tanto su función objetivo como el sistema de inecuaciones a la que está sujeto, son lineales.

Seguidamente, para obtener una solución al modelo matemático planteado, es recomendable utilizar un software especializado debido a la cantidad de operaciones y complejidad que se presenta en él. Aunque al principio de la IO no existían las computadoras y estas operaciones se realizaban manualmente², el avance de la tecnología ha permitido desarrollar software que minimizan el tiempo de respuesta y el error que se pudiera tener al momento de solucionarlos. Debido a que en algunos modelos matemáticos el tiempo o el costo para encontrar una solución óptima es muy grande, se recurre a utilizar procedimientos aproximados (heurísticos) los cuales no garantizan una solución óptima, pero sí una buena solución en tiempo o costo razonable. Actualmente, se están desarrollando procedimientos metaheurísticos, los cuales proporcionan una estructura general y estrategias para diseñar o mejorar un heurístico específico que se ajuste a un tipo particular de problema.

Luego de obtener soluciones se deberá realizar una prueba o validación exhaustiva del modelo, para intentar identificar y corregir todas las fallas que se puedan

²Para un modelo de LP, George Dantzing en 1947 crea el método simplex para resolver este tipo de problemas.

presentar. Es importante que todas las expresiones matemáticas sean consistentes en las dimensiones de las unidades que emplean. Además, puede obtenerse un mejor conocimiento de la validez del modelo variando los valores de los parámetros de entrada y/o de las variables de decisión, y comprobando que los resultados de modelo se comporten de una manera factible.

Después de tener una solución, se procede con las preparaciones necesarias para la aplicación del modelo en la organización. En esta etapa se documenta todo lo relacionado con el funcionamiento del modelo y con la interpretación de los resultados obtenidos y la manera en que estos afectarán en la toma de decisiones para el que fue propuesto.

Por último, para la implantación de la solución se debe de informar y capacitar a todas las personas involucradas en el proceso de toma de decisiones para que se puedan obtener los frutos del beneficio del estudio. Es importante tener en cuenta que el modelo matemático se planteó y desarrolló bajo ciertas características y cualquier desviación significativa en estas el modelo deberá ser revisado nuevamente para determinar si es necesario modificarlo.

Por lo anterior, podemos concluir que la IO no solo se trata del desarrollo y solución de un modelo matemático, sino que también existe una parte analítica lo que hace que el estudio sea representativo y exitoso en las organizaciones.

Debido a los motivos anteriormente expuestos, dadas las características del problema planteado en la sección 1.1, los recursos disponibles y los resultados esperados, se determinó que la mejor herramienta de solución es la formulación de un modelo matemático de programación lineal entera mixta (MIP, por sus siglas en inglés de *Mix Integer Linear Programming*) con solución exacta, motivo por lo cual es importante saber cómo es su estructura.

4.1 FUNDAMENTOS DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL

Como se describió en la sección anterior, se deberá tener un conocimiento claro del problema a solucionar.

Luego se deberán de establecer los supuestos bajo los cuales funcionará el modelo matemático.

Posteriormente se identifica el conjunto de factores principales del problema (normalmente ayudan a la indexación de la variables de decisión), los parámetros (son los datos de entrada del modelo, usualmente son valores conocidos que pueden ser determinísticos o probabilísticos) y las variables de decisión (datos a los que se quieren llegar, pueden ser no negativas, enteras, binarias) que se requieran.

Seguidamente, se realiza el modelo iniciando con la función objetivo, la cual determina la mejor solución, sujeto a las limitaciones que presenta el problema definido (conocido como restricciones). Esto definirá la complejidad que puede llegar a tener el modelo computacionalmente.

La estructura de un modelo MIP es la siguiente:

$$\max \quad \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (4.1)$$

$$s.a : \quad a_{ij} x_j = b_j \quad \forall i \in I \quad (4.2)$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (4.3)$$

donde los parámetros son: c_j , conocido como el vector o coeficiente de costos; a_{ij} , los cuales son los coeficientes tecnológicos; b_j también es un valor conocido del problema y se conoce como el vector de requerimientos o lado derecho ambos usualmente son números reales. Las variables de decisión son: x_j (o niveles de actividad) que deben determinarse e i y j son elementos de diferentes conjuntos considerados en el problema. De acuerdo a lo anterior, la (4.1) es la función objetivo que se minimiza

sujeto a las restricciones tipo (4.2) y las tipo (4.3) son las restricciones lógicas de la variable, que en este caso dice que son no negativas o mayores a cero.

Para algunos problemas en particular, no siempre vamos a requerir que las variables de decisión solo sean restringidas a números mayores a cero, también existen problemas en las que se requiere que están variables sean enteras ($x_j \in Z_0^+ \quad \forall j \in J$), ya que una solución fraccional no tiene sentido; o que me indiquen si se debe o no tomar la decisión, conocidas como variables binarias ($x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J$), debido a que solo se utiliza 0 ó 1 para determinar la decisión. Por lo cual, surge la necesidad de que exista no solo la programación lineal, sino que también puede ser entera (*Integer Linear Programming*), binaria (*Binary Linear Programming*) o mixta (MIP).

A continuación describe el modelo matemático de programación lineal entera mixta que se propone para el caso de estudio.

4.2 MODELO MATEMÁTICO PROPUESTO PARA EL CASO DE ESTUDIO

Como se mencionó en la sección 1.1, el proceso de *picking* de pedidos en el área de exportación, no se está realizando a cabo en el tiempo establecido por la empresa, ya que la ruta que brinda el WMS no contempla el peso del producto, por lo que los empleados se ven en la necesidad de generar rutas alternas considerando esta característica. Hasta el momento no se ha incumplido en ningún pedido, debido a que se ha requerido de más personal para realizarlo y por consiguiente, tener un costo elevado por este concepto.

Supuestos

- La demanda por producto es estable y se conoce. Debido a que las cantidades son por número de cajas, entonces estas serán enteras.

- Las cajas tienen las mismas medidas.
- Se maneja un inventario FIFO.
- Siempre hay producto disponible.
- Un producto debe ocupar un único espacio.
- Los espacios para la colocación de productos en la zona están bien definidos.
- Se conoce la capacidad máxima de cada uno de estos espacios dependiendo del tipo de producto. El número de cajas que puede alojar un espacio es su capacidad, y por lo tanto, dicha cantidad debe ser entera.
- Se inicia cada recorrido por el pasillo del área A.
- En las áreas A, B o C, los productos se pueden reubicar fácilmente, ya que se maneja el almacenaje por tarimas.
- En el área D, aunque se maneja el almacenaje por cajas, los productos se pueden reubicar fácilmente dentro de esta.
- Se conoce el peso de cada caja.
- Todas las personas tardan lo mismo de ir de un lugar a otro.

Conjuntos

I : Espacios ($i, j \in I$)

K : Productos disponibles ($k \in K$)

P : Pedidos ($p \in P$)

$O \subseteq K$: Productos asignados ($k, l \in O$)

Parametros

d_{kp} Demanda del producto k en el pedido p

q_{jk} Capacidad del espacio j para el producto k

x_k Peso del producto k

t_{ij} tiempo de viaje en ir del espacio i al espacio j de la zona de selección. Ver apéndice A.

Variables

$$u_{pij} = \begin{cases} 1, & \text{Si en el pedido } p \text{ se realiza el recorrido de } i \text{ a } j \\ 0, & \text{si no.} \end{cases}$$

$$e_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{Si el espacio } j \text{ contiene producto } k \\ 0, & \text{si no.} \end{cases}$$

s_{jp} Orden en que son visitados los espacios i del pedido p

v_{pjk} Cantidad de cajas a recolectar en el pedido p en el espacio j del producto k

Modelo:

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} \sum_{p \in P} t_{ij} u_{pij} \quad (4.1)$$

$$s.a : \sum_{(j \in I)} v_{pjk} \geq d_{kp} \quad \forall k \in O, p \in P \quad (4.2)$$

$$\sum_{(p \in P)} v_{pjk} \leq q_{jk} \quad \forall j \in I, k \in O \quad (4.3)$$

$$\sum_{(j \in I)} u_{p0j} = 1 \quad \forall p \in P \quad (4.4)$$

$$\sum_{k \in O} e_{jk} \leq 1 \quad \forall j \in I \quad (4.5)$$

$$\sum_{j \in I} e_{jk} = 1 \quad \forall k \in O \quad i \geq 1 \quad (4.6)$$

$$v_{pjk} \leq M_{pjk} \sum_{i \in I} u_{pij} \quad \forall k \in O, p \in P, j \in I \quad (4.7)$$

$$v_{pjk} \leq M_{pjk} e_{jk} \quad \forall k \in O, p \in P, j \in I \quad (4.8)$$

$$\sum_{(j \in I)} u_{pij} \leq 1 \quad \forall i \in I, p \in P \quad i \neq j \quad (4.9)$$

$$\sum_{(j \in I)} u_{pji} \leq 1 \quad \forall i \in I, p \in P \quad i \neq j \quad (4.10)$$

$$s_{ip} - s_{jp} + |i|u_{pij} \leq |i| - 1 \quad \forall i, j \in I, p \in P \quad i \neq j \quad i, j \geq 1 \quad (4.11)$$

$$u_{pii} = 0 \quad \forall i \in I, p \in P \quad (4.12)$$

$$\sum_{i \in I} u_{pij} = \sum_{i \in I} u_{pji} \quad \forall j \in I, p \in P, \quad i \neq j \quad (4.13)$$

$$\sum_{k \in O} e_{ik} x_k - \sum_{l \in O} e_{jl} x_l \geq M(u_{pij} - 1) \quad \forall i, j \in I, p \in P \quad i, j \geq 1 \quad (4.14)$$

$$u_{pij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in I, p \in P \quad (4.15)$$

$$e_{jk} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, k \in O \quad (4.16)$$

$$s_{ip} \geq 0 \quad \forall i \in I, p \in P \quad (4.17)$$

$$v_{pjk} \in Z_0^+ \quad \forall k \in O, p \in P, j \in I \quad (4.18)$$

donde (4.1) es la función objetivo que minimiza el tiempo de viaje en la recolección de los pedidos, las restricciones (4.2) garantizan que se cumpla la demanda del producto solicitado en cada pedido, las tipo (4.3) respetan la capacidad de cada espacio, las (4.4) aseguran que cada pedido inicie en el punto de origen, las (4.6) y (4.5) garantizan que un producto sea asignado a un único espacio y que a cada espacio se le asigne al menos un producto, las (4.7) y (4.8) aseguran que solo se visiten los espacios donde se asigne el producto solicitado en los pedidos, las (4.9) y (4.10) aseguran que se debe entrar y salir cuando mucho una vez de cada espacio visitado en cada pedido, las tipo (4.11) y (4.12) actúan como restricciones de eliminación de subciclos, la (4.13) garantizan la conservación de flujos por pedido, la (4.14), asegura que primero se recolecte el producto más pesado y las (4.15 - 4.18) son las restricciones lógicas.

M_{pjk} en (4.7) y (4.8) y M en (4.14), son un número suficientemente grande, en este caso

$$M_{pjk} = \min \{d_{kp}, q_{jk}\}, M = \max_{k \in O} \{x_k\}$$

CAPÍTULO 5

EXPERIMENTACIÓN COMPUTACIONAL Y ANÁLISIS

En este capítulo se detalla la experimentación computacional que se realizó para validar el modelo propuesto en la sección 4.2. Para lo cual se generaron instancias a partir de datos reales así como aleatorias, con el fin de analizar el comportamiento del mismo.

Para la ejecución de todos los experimentos computacionales se utilizó un equipo de cómputo con procesador Intel Xenon de 2,4Ghz, RAM de 64Gb y disco duro con capacidad de 2 TB. El modelo se desarrolló en el software GAMS versión 23.8.2.

Para poder comprender el funcionamiento del modelo propuesto, se muestra la siguiente instancia ilustrativa, la cual cuenta con 16 espacios disponibles (i, j) en los que se ubicaran 7 productos solicitados, los cuales son repartidos en 2 pedidos.

En la Figura 5.1 el modelo muestra como resultado que la ruta que el recolector debe de seguir para recoger los productos solicitados en el **pedido 1** (señalada por la línea roja) y el **pedido 2** en color negro. El número que está en cada espacio corresponde al código del producto que se ubicó en el mismo, teniendo en cuenta que al momento de la recolección el tiempo de viaje fuera el menor y contemplando la prioridad de peso en la recogida, y los que están dentro de los paréntesis, es la cantidad demanda.

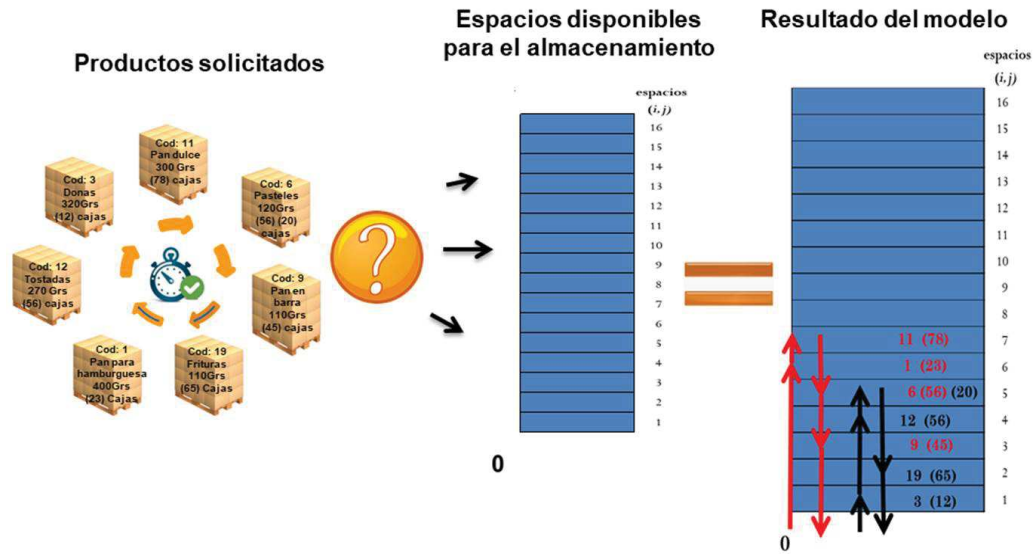


Figura 5.1: Instancia ilustrativa

Fuente: Elaboración propia

5.1 DESCRIPCIÓN DE LAS INSTANCIAS

Se cuenta con datos históricos reales de todas las solicitudes realizadas en un mes, en el cual se detalla la cantidad de pedidos y productos solicitados diariamente, así como el espacio donde se encuentra ubicado cada producto actualmente.

Algunas de las instancias se crearon basadas en datos reales y otras con datos aleatorios. Los parámetros de entrada del modelo son: el número de espacios (i, j) , la cantidad de productos solicitados (k, l) en cada pedido (p) .

Se plantearon 4 escenarios y 3 tamaños de instancias diferentes, considerando el comportamiento que presentan los datos reales.

Para el tamaño de las instancias, se tuvo en cuenta la cantidad de espacios disponibles para asignar el producto y se categorizan de la siguiente manera:

- Pequeñas: para las instancias de hasta 16 espacios.
- Medianas: de 32 hasta 61 espacios

- Grandes: mayores a 61 espacios.

Se consideraron 4 escenarios teniendo en cuenta la cantidad total de producto solicitado en cada uno de los pedidos, contemplando que puede tener productos en común entre ellos.

5.2 COMPLEJIDAD COMPUTACIONAL

De acuerdo con Van Gils *et al.* (2018b), la mayoría de los problemas de planificación de selección de pedidos, como el problema de ordenamiento por lotes o el problema de enrutamiento del selector de pedidos, siendo este último una generalización del TSP, se ha demostrado que son pertenece a la clase de problemas NP-Hard, por lo tanto, la combinación de varios problemas de planificación también generará problemas de NP-Hard. A continuación se calcula la cantidad de variables y restricciones que contempla el modelo propuesto.

En las Tablas 5.3, 5.4, 5.5 y 5.6, la columna I muestra la cantidad de espacios disponibles para asignar producto y en la columna O la cantidad de productos totales que se van a asignar para todos los pedidos.

Con respecto a la columna del número de variables y restricciones, el cálculo de estas cantidades se pueden determinar con las cardinalidades de los conjuntos empleados en el modelo. En la Tabla 5.1 se muestran las expresiones que se emplearon para calcular el número de variables totales, que se componen del total del número de los 3 tipos de variables utilizadas en el modelo matemático, binarias, enteras y reales positivas (\mathbb{R}^+) y en la Tabla 5.2 se detallan las expresiones que se emplearon para calcular el número total de cada tipo de restricciones utilizadas en el modelo matemático propuesto.

Para los escenarios se contempló lo siguiente:

Tabla 5.1: Expresiones para cálculo del número de variables de cualquier instancia del modelo matemático propuesto

Tipo	Variables	Cantidad de variables
Binarias	$u_{pij} + e_{jk}$	$[P * I + 1 ^2] + [I + 1 * O]$
Enteras	v_{pjk}	$ P * I * O $
Reales (\mathbb{R}^+)	$s_{jp} + z$	$ I * P + 1$

Fuente: Elaboración propia

- Escenario 1 (ver Tabla 5.3), se tienen en la columna K la suma total de los diferentes productos que se van a recolectar de todos los pedidos de la columna P .
- Escenario 2 (ver Tabla 5.4), la columna K es la suma total de productos, con al menos uno en común, a recolectar de todos los pedidos de la columna P .
- Escenario 3 (ver Tabla 5.5), la columna K representa la cantidad de productos diferentes solicitados en cada pedido de la columna P .
- Escenario 4 (ver Tabla 5.6), la columna K es la cantidad de productos solicitados, con al menos uno en común, en cada pedido de la columna P .

Como se puede observar en las Tablas 5.3 y 5.5, los valores de las columnas K y O son iguales, ya que entre pedidos se solicita producto diferente de modo que se deberá realizar la asignación de todos estos productos, mientras que en las Tablas 5.4 y 5.6, los valores son distintos, debido a que entre pedidos se solicita productos similares y por lo tanto, el producto que esta repetido entre pedidos, solo deberá asignarse una sola vez.

Tabla 5.2: Expresiones para cálculo del número de restricciones de cualquier instancia del modelo matemático propuesto

Tipo de Restricción	Cantidades de restricciones
2	$ O \subseteq K * P $
3	$ I * O \subseteq K $
4	$ P $
5	$ I $
6	$ O \subseteq K $
7	$ P * I + 1 * O \subseteq K $
8	$ P * I + 1 * O \subseteq K $
9	$ I + 1 * P $
10	$ I + 1 * P $
11	$ I ^2 * P $
12	$ P * I + 1 $
13	$ I + 1 * P $
14	$ I ^2 * P $

Fuente: Elaboración propia

5.3 RESULTADOS Y ANÁLISIS

A continuación, se mostrarán los resultados computacionales más relevantes, por tamaño de instancias (según lo mostrado en las Tablas 5.3 - 5.6, obtenidos bajo el método exacto. Puesto que los resultados bajo este método no fueron satisfactorios en cuanto a tiempo de ejecución computacional, se plantean métodos heurísticos para encontrar una solución inicial.

Tabla 5.3: Instancias del escenario 1 con su respectivo tamaño en variables y restricciones generadas

Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($O \subseteq K$)	Pedidos (P)	Cantidad de variables y restricciones del modelo matemático				
				Variables binarias	Variables enteras	Variables Reales +	Variables totales	Total restricciones
5	2	2	2	84	20	11	115	221
7	3	3	3	216	63	22	301	580
9	3	3	2	230	54	19	303	574
10	4	4	2	286	80	21	387	732
10	4	4	4	528	160	41	729	1,406
16	4	4	2	646	128	33	807	1,530
16	4	4	4	1,224	256	65	1,545	2,972
32	8	8	2	2,442	512	65	3,019	5,738
32	8	8	3	3,531	768	97	4,396	8,455
32	8	8	4	4,62	1,024	129	5,773	11,172
32	8	8	5	5,709	1,28	161	7,150	13,889
32	16	16	2	2,706	1,024	65	3,795	7,082
32	16	16	4	4,884	2,048	129	7,061	13,588
121	30	30	1	18,544	3,630	122	22,296	40,932

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.4: Instancias del escenario 2 con su respectivo tamaño en variables y restricciones generadas

Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($O \subseteq K$)	Pedidos (P)	Cantidad de variables y restricciones del modelo matemático				
				Variables binarias	Variables enteras	Variables Reales +	Variables totales	Total restricciones
5	2	1	2	78	10	11	99	188
7	3	1	3	200	21	22	243	460
9	3	2	2	220	36	19	275	521
10	4	3	2	275	60	21	356	674
10	4	1	4	495	40	41	576	1,094
16	4	3	2	629	96	33	758	1,442
16	4	1	4	1,173	64	65	1,302	2,498
32	8	5	3	3,432	480	97	4,009	7,75
32	8	6	4	4,554	768	129	5,451	10,568
32	8	5	5	5,610	800	161	6,571	12,782
32	8	7	2	2,409	448	65	2,922	5,57
32	16	14	2	2,64	896	65	3,601	6,746
32	16	13	4	4,785	1,664	129	6,578	12,682
185	104	104	6	226,920	115,440	1,111	343,471	667,555

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.5: Instancias del escenario 3 con su respectivo tamaño en variables y restricciones generadas

Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($O \subseteq K$)	Pedidos (P)	Cantidad de variables y restricciones del modelo matemático				
				Variables binarias	Variables enteras	Variables Reales +	Variables totales	Total restricciones
5	2	4	2	96	40	11	147	287
9	3	6	2	260	108	19	387	733
10	4	8	2	330	160	21	511	964
16	4	8	2	714	256	33	1,003	1,882
16	4	16	4	1,428	1,024	65	2,517	4,868
32	8	8	1	1,353	256	33	1,642	3,021
32	8	16	2	2,706	1,024	65	3,795	7,082
32	8	24	3	4,059	2,304	97	6,460	12,215
32	8	32	4	5,412	4,096	129	9,637	18,420
32	16	32	2	3,234	2,048	65	5,347	9,770

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.6: Instancias del escenario 4 con su respectivo tamaño en variables y restricciones generadas

Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($O \subseteq K$)	Pedidos (P)	Cantidad de variables y restricciones del modelo matemático				
				Variables binarias	Variables enteras	Variables Reales +	Variables totales	Total restricciones
5	2	3	2	90	30	11	131	254
7	3	7	3	248	147	22	417	820
9	3	5	2	250	90	19	359	680
10	4	7	2	319	140	21	480	906
10	4	10	4	594	400	41	1,035	2,03
16	4	7	2	697	224	33	954	1,794
16	4	13	4	1,377	832	65	2,274	4,394
32	8	15	2	2,673	960	65	3,698	6,914
32	8	22	3	3,993	2,112	97	6,202	11,745
32	8	28	4	5,280	3,584	129	8,993	17,212
32	8	32	5	6,501	5,12	161	11,782	22,745
32	16	28	2	3,102	1,792	65	4,959	9,098
32	16	32	4	5,412	4,096	129	9,637	18,420

Fuente: Elaboración propia

5.3.1 RESULTADOS DEL MÉTODO EXACTO

Primeramente, las instancias fueron ejecutadas bajo el método exacto hasta encontrar la solución óptima, pero debido a que algunas instancias, después de 3 días de ejecución consumieran toda la memoria disponible del equipo de cómputo sin encontrar al menos una solución inicial entera factible, se determinaron criterios de parada de acuerdo a los espacios disponibles por áreas (determinadas en la sección 1.1 y los tiempos en que la empresa requiere las soluciones, para analizar el comportamiento del modelo propuesto. Los criterios fueron los siguientes:

Para las instancias contempladas en el área A (hasta 32 espacios) se ejecutó en una hora, en las áreas A y B (hasta 61 espacios) en 2 horas, para el A, B y C (hasta 121 espacios) en 3 horas, y finalmente para las cuatro áreas A, B, C y D (hasta 185 espacios) en 4 horas.

Los resultados más relevantes son mostrados en las Tablas 5.7, 5.8 y 5.9 para las instancias pequeñas, medianas y grandes, respectivamente. Los resultados completos se pueden observar en el apéndice B.

Ahora haremos un breve análisis acerca de las características presentadas las anteriores tablas, las cuales están relacionadas el tiempo de ejecución y las brechas entre las cotas.

En la Tabla 5.7, se muestran las instancias pequeñas, las cuales fueron creadas con base en datos aleatorios. En esta tabla podemos observar que para la mayoría de las instancias (1-5, 7-8, 11-12) se encuentra la solución óptima en menos de una hora, sin embargo, para las instancias donde la brecha entre las cotas es muy alta (6, 9, 10, 13 y 14), se puede deber a:

- Un incremento de la cantidad de espacios disponibles I para asignar, de los productos a recolectar K y asignar O y de los pedidos P
- El tipo de escenario, en este caso el 3 y 4.

Tabla 5.7: Resultados instancias pequeñas

No.	Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($O \subseteq K$)	Pedidos (P)	Tipo de Escenario	Total variables	Total restricciones	Primera solución Entera Factible	Becha inicial entre las cotas (Gap inicial %)	Solución encontrada	Becha final entre las cotas (Gap final %)	Tiempo (Seg)	Relajación Lineal	Tiempo RL (Seg)
1	5	2	2	2	1	115	221	21	72.86	7.4	0	1	5.7	0
2	5	2	3	2	4	131	254	24.4	69.67	14.2	0	1	7.4	0.02
3	10	4	4	2	1	387	732	38	80.53	14.2	0	1	7.4	0.03
4	10	4	3	2	2	356	674	61.8	85.28	10.8	0	1	7.4	0.05
5	10	4	7	2	4	480	906	91.43	95.80	38	0	1,020	6.91	0.13
6	10	4	10	4	4	1,035	2,030	110	76.79	86.20	43.37	3,600	14.63	0.45
7	16	4	4	2	1	807	1,530	61.8	88.03	14.2	0	2	7.4	0.08
8	16	4	3	2	2	758	1,442	17.6	57.95	10.8	0	1	7.4	0.06
9	16	4	8	2	3	1,003	1,882	123	87.53	38	29.08	3,600	6.97	0.33
10	16	4	7	2	4	954	1,794	163.8	91.85	38	34.04	3,600	6.91	0.27
11	16	4	4	4	1	1,545	2,972	65.80	80.09	28.4	0	28	13.10	0.19
12	16	4	1	4	2	1,302	2,498	8	0	8	0	2		0.02
13	16	4	13	4	3	2,274	4,394	157.6	79.82	127	73	3,600	14.27	1.11
14	16	4	16	4	4	2,517	4,868	280	87.83	147.4	73.43	3,600	14.8	1.28

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.8: Resultados instancias medianas

No.	Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($O \subseteq K$)	Pedidos (P)	Tipo de Escenario	Total variables	Total restricciones	Primera solución Entera Factible	Becha inicial entre las cotas (Gap inicial %)	Solución encontrada	Becha final entre las cotas (Gap final %)	Tiempo (Seg)	Relajación Lineal	Tiempo RL (Seg)
15	32	8	8	1	1	1,642	3,021	78.35	95.28	15.2	0	33	3.27	0.42
16	32	8	5	3	2	4,009	7,750	117.70	91.05	22.6	0	540	10.53	0.56
17	32	8	5	5	2	6,571	12,782	99.64	86.55	21.95	0	240	13.4	1.5
18	32	8	8	3	1	4,396	8,455	181.86	95.30	22.6	7.52	3,600	8.55	1.03
19	32	8	7	2	2	2,922	5,570	225.11	95.85	23.88	23.4	3,600	6.26	1.69
20	32	8	8	2	1	3,019	5,738	112.94	87.93	24.49	32.71	3,600	6.26	1.06
21	32	8	8	5	1	7,150	13,889	219.05	93.11	33.4	34.44	3,600	15.1	1.02
22	32	8	16	2	3	3,795	7,082	211.79	87.28	53.06	45.89	3,600	6.97	2.17
23	32	8	15	2	4	3,698	6,914	172.69	83.56	57.89	50.11	3,600	6.94	3.20
24	32	16	14	2	2	3,601	6,746	267.57	90.88	59.13	55.68	3,600	6.83	3.27
25	32	16	16	4	1	7,061	13,588	244.48	86.99	100.03	67.43	3,600	13.10	8.00
26	32	16	16	2	1	3,795	7,082	-	-	-	-	3,600	6.83	2.88
27	32	8	24	3	3	6,460	12,215	-	-	-	-	3,600	10.67	7.05
28	32	8	22	3	4	6,202	11,745	-	-	-	-	3,600	10.63	5.59
29	32	16	28	2	4	4,959	9,098	-	-	-	-	3,600	7.15	4.73
30	32	16	32	4	4	9,637	18,420	-	-	-	-	3,600	14.7	32.92
31	61	15	15	1	1	5,751	10,572	249.78	90.25	27.54	0	840	3.47	1.49

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.9: Resultados instancias grandes

No.	Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($O \subseteq K$)	Pedidos (P)	Tipo de Escenario	Total variables	Total restricciones	Primera solución Entera Factible	Becha inicial entre las cotas (Gap inicial %)	Solución encontrada	Becha final entre las cotas (Gap final %)	Tiempo (Seg)	Relajación Lineal	Tiempo RL (Seg)
32	121	30	30	1	1	22,296	40,932	635.52	91.99	198.81	73.54	10,800	3.58	3.73
33	185	104	104	6	6	343,471	667,555	-	-	-	-	14,400	-	-

Fuente: Elaboración propia

- Las instancias con productos diferentes a asignar tienden a ejecutarse de manera más rápida que las instancias que tienen productos en común (por ejemplo, las instancias 9 y 10 respectivamente). Lo anterior se debe a que cuando hay un producto en común en todos o algunos de los pedidos, la complejidad aumenta, ya que el espacio del producto en común debe de asignarse de tal forma que se cumplan todas las restricciones para todos los pedidos en que está solicitado, a pesar de que el tamaño en total de variables y restricciones generadas es menor. Aunque, si los pedidos están conformados por los mismos productos, la ejecución es más rápida (instancia 12).
- Si se contempla una misma cantidad de espacios y pedidos, el incremento de la brechas está relacionado con la proximidad que existe entre la cardinalidad de espacios disponibles y la cantidad de productos a asignar. En promedio, de acuerdo con las instancias mostradas, mientras la cardinalidad del número de espacios sea mayor a la cantidad de productos a asignar ($I \gg O$), más rápido se encuentra una solución; pero mientras más se aproximen ($I \approx O$), la complejidad aumenta (por ejemplo las instancias 7-10 y 11-14).

En la Tabla 5.8 se muestran los resultados de las instancias medianas, y adicional a los comportamientos descritos anteriormente, también se puede observar que:

- Las instancias 15 a la 30 tienen el comportamiento de los datos reales, donde en promedio por día la cantidad mínima de espacios visitados es 32, de productos solicitados es 8 (en los cuatro escenarios descritos en la sección 5.1) y de pedidos es 1.
- Cuando hay un solo pedido y la cantidad de productos a asignar es, aproximadamente, la cuarta parte de los espacios disponibles, en menos de una hora es posible encontrar la solución óptima (instancias 15 y 31).
- La complejidad también depende de la forma en que están conformados los

pedidos y los productos que lo componen. Para este tamaño de instancias, no hay un escenario “fácil”, ya que como podemos observar, las instancias de la 19 a la 25, presentan una brecha en promedio del 45 %.

- Cuando la proximidad entre la cantidad de espacios disponibles y la cantidad de productos a asignar es, aproximadamente, del 50 % ($I \approx \frac{1}{2}O$) la complejidad aumenta, en este caso, en comparación a las instancias pequeñas, no depende del escenario para encontrar la solución óptima, inclusive no es posible encontrar la primera solución entera factible en menos de 1 hora.

En la Tabla 5.9 se muestran los resultados de las instancias grandes, en la cual solo se consideraron dos instancias, donde la No. 29 es con base en datos aleatorios y la 30 es tomada de los datos reales, la cual considera la cantidad mínima promedio de pedidos a recolectar por día en todas las áreas de la zona de selección, en esta tabla podemos observar que:

- En la instancia No. 29, a pesar de que es uno de los casos prueba más sencillo (teniendo en cuenta los tamaños anteriores) y el tiempo de ejecución fue mayor, la brecha entre las cotas es muy alta, motivo por el cual no consideraron más instancias ya que se espera que no muestren mejores resultados.
- En la instancia No. 30, aunque se consideró un tiempo de ejecución más largo, no fue posible encontrar la relajación lineal, por lo tanto no se obtuvo una brecha.

Considerando la información anteriormente descrita, vemos que para algunas instancias reales, el modelo no encuentra una solución inicial y para otras tampoco su relajación lineal, por lo tanto, se concluye que el modelo propuesto es difícil de resolver para este tipo de instancias. En estos casos, es necesario diseñar estrategia de solución más específica para el problema, por ejemplo los propuestos por Moreno *et al.* (2016), Miranda *et al.* (2018) entre otros.

5.4 MÉTODOS DE SOLUCIÓN PROPUESTOS

Para compensar las deficiencias computacionales de los métodos exactos y proporcionar una solución en tiempo favorable a problemas de tamaños complejos, se pueden emplear algunas heurísticas con el objetivo de brindar una solución inicial al método exacto y poder mejorar el comportamiento, como es el caso de la heurística *Relax and Fix*. El motivo para utilizar esta heurística en problemas de programación entera mixta (MIP) es aprovechar la estructura del modelo (generalización del TSP) que involucra múltiples pedidos y productos, con los cuales se intentará resolver subproblemas más pequeños y posiblemente más fáciles. Otro de los métodos utilizados son las heurísticas constructivas, las cuales son programadas de acuerdo al problema en específico con el fin de encontrar una solución factible.

5.4.1 HEURÍSTICAS *Relax and Fix*

La heurística *Relax and Fix* es un algoritmo de descomposición en la que un conjunto de variables enteras de un modelo es dividido en conjuntos disjuntos. La resolución del problema se realiza de forma iterativa y secuencial. En cada iteración, las variables de solo uno de estos conjuntos se definen como enteros, mientras que las variables de los otros se relajan. El submodelo resultante se resuelve. El subconjunto de las variables enteras del submodelo se fijan en sus valores actuales y el proceso se repite para todos los conjuntos restantes. Además, de la división del conjunto de las variables, los criterios para fijarlas también se deben definir antes de aplicar el procedimiento. La principal característica de esta heurística es la solución de submodelos que son más pequeños, y posiblemente más fáciles, que el original. Sin embargo, una de las desventajas es que no garantiza que una solución factible será encontrada, aunque tal solución exista.

Este tipo de heurística ha sido utilizada para abordar problemas de gran ta-

maño de planificación de la producción (Ferreira *et al.*, 2010), el problema de enrutamiento en arcos capacitado y periódico (Domingos de Oliveira, 2017) entre otros (Moreno *et al.*, 2016). En el algoritmo 1, se describe la heurística *Relax and Fix*,

Algoritmo 1 Pseudocódigo *Relax and Fix*

- 1: **Inicialización:** *Relajar el modelo. Definir el conjunto de particiones $t_1 \dots t_n$, para las variables enteras y binarias. Establecer los criterios de fijación de variables*
- 2: **Para** $t = 1$ **hasta** $|T|$ **hacer**
- 3: Colocar las variables de la partición t_n enteras
- 4: Resolver el subproblema MIP
- 5: **Si** la solución encontrada es factible **entonces**
- 6: Fijar las variables en su valor actual
- 7: **De otro modo** Parar
- 8: **Fin Si**
- 9: **Fin Para**

Fuente: Elaboración propia basado en Moreno *et al.* (2016)

El modelo propuesto en la sección 4.2 tiene 2 posibilidades para construir diferentes subconjuntos de las variables enteras y binarias, ya que las variables v_{pjk} e u_{pij} están indexadas por pedidos y las variables v_{pjk} y e_{jk} están indexadas por productos. Estos índices son usados para definir las diferentes estrategias de particionamiento y fijación de variables, dando como resultado las siguientes heurísticas *Relax and Fix*.

RF01 - partición por pedidos: En esta heurística solo las variables enteras y binarias que pertenezcan a la partición correspondiente, en este caso, al pedido solicitado, son consideradas enteras, las demás, se relajan. Este procedimiento se realiza para cada pedido, creando subproblemas. Después de cada iteración se fijan todas las variables de la partición.

RF02 - partición por productos: En esta heurística solo las variables enteras y binarias que pertenezcan a la partición correspondiente, en este caso, a los

productos asignados, son consideradas enteras, las demás, se relajan. Este procedimiento se realiza para cada producto asignado, creando subproblemas. Después de cada iteración se fijan todas las variables de la partición.

En la Tabla 5.10 se muestran las dos heurísticas *Relax and Fix* con sus respectivas particiones y criterio de fijación.

Tabla 5.10: Heurísticas *Relax and Fix* propuestas

Heurística	Partición	Variables fijadas
RF01	Por pedidos	$v_{pjk}; u_{pij}$
RF02	Por productos	$v_{pjk}; e_{jk}$

Fuente: Elaboración propia

Puesto que la solución proporcionada por este método es una solución heurística (es decir, no asegura que sea la óptima), esta se utilizará para encontrar una solución inicial entera factible, la cual se le proporcionará al modelo propuesto con el fin de mejorar el tiempo computacional. Este método de solución lo llamaremos, método híbrido. El software utilizado para la implementación de las heurísticas *Relax and Fix* fue GAMS versión 23.8.2.

5.4.2 RESULTADOS DEL MÉTODO HÍBRIDO CON LAS HEURÍSTICAS *Relax and Fix*

Debido a que la finalidad de los heurísticos *Relax and Fix* es proporcionar una solución inicial para mejorar el tiempo computacional de las instancias con brechas muy altas, sólo se analizarán las instancias que presentaron este comportamiento en las Tablas 5.7, 5.8 y 5.9. Los resultados obtenidos para las instancias pequeñas (6, 9, 10, 13 y 14), medianas (15-31) y grandes (32 y 33) son mostrados en la Tabla 5.11 para el método híbrido con RF01 y en la Tabla 5.12 con RF02.

El criterio de parada se determinó de la siguiente manera:

- Heurísticos RF01, de acuerdo a la cantidad de pedidos de cada instancia, aquellas que están conformadas por 2 pedidos se ejecutarán por 2h, de 3 pedidos en 3 horas y para iguales o mayores a 4 pedidos en 4 horas. En este heurístico la instancia grande No. 32 no es analizada debido a está conformada por un solo pedido.
- Heurísticos RF02, de acuerdo a la cantidad de productos de cada instancia, aquellas que tienen hasta 8 productos a asignar se ejecutarán por 1h, hasta 16 en 2 horas, hasta 32 en 3 horas y mayores a 32 en 4 horas.
- Para la ejecución del método exacto se continua con los criterios de parada descritos en la sección 5.3.1.

A continuación, en la Tabla 5.13 se presenta un comparativo entre los resultados obtenidos por el método exacto y los métodos híbridos con RF01 y RF02 para hacer un mejor análisis de los datos encontrados.

De acuerdo a la Tabla 5.13 podemos observar que:

- Por medio del método híbrido con heurísticas RF01 se logra alcanzar una mejora en las brechas en la mayoría de las instancias analizadas, principalmente, en aquellas donde por medio del método exacto, no había sido posible encontrar la primera solución entera factible en el término de una hora de ejecución (ver instancias 26-28).
- Por otro lado, los resultados del método híbrido con heurísticas RF02, no son alentadoras (al rededor del 70 % no logran encontrar la primera solución entera factible), sin embargo, para aquellas instancias donde logra obtener resultados, las brechas al término de una hora de ejecución (del método exacto), son mejores que las alcanzadas por el método híbrido con heurísticas RF01.
- En algunas instancias, el tiempo de ejecución que se determinó, no fue suficiente para que las heurísticas RF01 y RF02 encuentren soluciones factibles.

Tabla 5.11: Resultados instancias método híbrido con heurística RF01 (por pedidos)

No.	Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($O \subseteq K$)	Pedidos (P)	Solución encontrada Heurística RF01	Tiempo solución heurística (Seg)	Brecha inicial entre las cotas (Gap inicial %)	Solucion encontrada método exacto	Becha final entre las cotas (Gap final %)	Tiempo (Seg)	Relajación Lineal (RL)	Tiempo RL (Seg)
6	10	4	10	4	86.2	3,600	83.02	86.2	44.37	3,600	14.63	0.33
9	16	4	8	2	38	180	81.64	38	23.45	3,600	6.97	0.30
10	16	4	7	2	38	120	81.80	38	30.08	3,600	21	0.30
13	16	4	13	4	113.4	6,780	87.41	113.4	68.96	3,600	14.27	0.78
14	16	4	16	4	130.4	7,200	88.65	130.4	70.40	3,600	38.6	1.19
18	32	8	8	3	25.6	3,600	66.60	24.34	15.72	3,600	8.55	0.94
19	32	8	7	2	24.49	1,320	74.42	23.88	24.81	3,600	6.26	1.41
20	32	8	8	2	23.6	3,600	73.45	23.60	22	3,600	6.26	1.19
21	32	8	8	5	38.55	5,820	60.83	38.55	47.60	3,600	15.10	7.69
22	32	8	16	2	51.21	7,200	86.38	51.2	42.31	3,600	6.97	2.13
23	32	8	15	2	56.35	7,200	87.67	56.35	49.65	3,600	6.95	2.38
24	32	16	14	2	60.08	3,600	88.63	56.06	52.68	3,600	6.83	2.64
25	32	16	16	4	88.8	10,800	85.25	88.8	63.59	3,600	13.1	7.06
26	32	16	16	2	53.55	7,200	87.24	53.55	45.31	3,600	6.83	2.11
27	32	8	24	3	115.56	7,200	90.76	106.80	58.57	3,600	10.67	5.30
28	32	8	22	3	135.34	10,800	92.14	135.35	68.67	3,600	10.63	3.06
29	32	16	28	2	-	7,200	-	-	-	-	-	-
30	32	16	32	4	-	14,400	-	-	-	-	-	-
33	185	104	104	6	-	14,400	-	-	-	-	-	-

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.12: Resultados instancias método híbrido con heurística RF02 (por productos)

No.	Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($O \subseteq K$)	Pedidos (P)	Solución encontrada Heurística RF02	Tiempo solución heurística (Seg)	Brecha inicial entre las cotas (Gap inicial %)	Solucion encontrada método exacto	Becha final entre las cotas (Gap final %)	Tiempo (Seg)	Relajación Lineal (RL)	Tiempo RL (Seg)
6	10	4	10	4	110	3,060	86.69	86.2	41.50	3,600	14.63	0.30
9	16	4	8	2	44.8	1,320	84.43	38	31.32	3,600	6.97	0.31
10	16	4	7	2	38	1,020	81.80	38	26.84	3,600	6.91	0.28
13	16	4	13	4	-	7,200	-	-	-	-	-	-
14	16	4	16	4	-	7,200	-	-	-	-	-	-
18	32	8	8	3	28.15	1,080	69.63	24.34		15.89	3,600	8.55
19	32	8	7	2	23.57	1,560	73.41	22.34		14.50	3,600	6.26
20	32	8	8	2	23.6	1,800	73.45	22.35		15.84	3,600	6.26
21	32	8	8	5	54.2	1,500	72.14	37.2		45.33	3,600	15.1
22	32	8	16	2	-	7,200	-	-	-	-	-	-
23	32	8	15	2	-	7,200	-	-	-	-	-	-
24	32	16	14	2	-	7,200	-	-	-	-	-	-
25	32	16	16	4	-	7,200	-	-	-	-	-	-
26	32	16	16	2	-	7,200	-	-	-	-	-	-
27	32	8	24	3	-	10,800	-	-	-	-	-	-
28	32	8	22	3	-	10,800	-	-	-	-	-	-
29	32	16	28	2	-	10,800	-	-	-	-	-	-
30	32	16	32	4	-	10,800	-	-	-	-	-	-
32	121	30	30	1	-	10,800	-	-	-	-	-	-
33	185	104	104	6	-	14,400	-	-	-	-	-	-

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.13: Comparativo método exacto y método híbrido con heurísticas RF01 y RF02

No.	Resultados método exacto						Resultados método híbrido con heurística RF01						Resultados método híbrido con heurística RF01					
	Primera solución entera factible	Tiempo solución inicial (Seg)	Brecha inicial entre las cotas (Gap inicial %)	Solución encontrada	Brecha final entre las cotas (Gap final %)	Tiempo (seg)	Solución encontrada heurística	Tiempo solución heurística (Seg)	Brecha inicial entre las cotas (Gap inicial %)	Solución encontrada método exacto	Brecha final entre las cotas (Gap final %)	Tiempo (seg)	Solución encontrada heurística	Tiempo solución heurística (Seg)	Brecha inicial entre las cotas (Gap inicial %)	Solución encontrada método exacto	Brecha inicial entre las cotas (Gap final %)	Tiempo (Seg)
6	110	2	76.79	86.20	43.37	3,600	86.2	3,600	83.02	86.2	44.37	3,600	110	3,060	86.69	86.2	41.50	3,600
9	123	1	87.53	38	29.08	3,600	38	180	81.64	38	23.45	3,600	44.8	1,320	84.43	38	31.32	3,600
10	163.8	1	91.85	38	34.04	3,600	38	120	81.80	38	30.08	3,600	38	1,020	81.80	38	26.84	3,600
13	157.6	60	79.82	127	73	3,600	113.4	6,780	87.41	113.4	68.96	3,600	-	7,200	-	-	-	-
14	280	2	87.83	147.4	73.43	3,600	130.4	7,200	88.65	130.4	70.40	3,600	-	7,200	-	-	-	-
18	181.8616	3	95.30	22.6	7.52	3,600	25.6	3,600	66.60	24.34	15.72	3,600	28.15	1,080	69.63	24.34	15.89	3,600
19	225.11	3	95.85	23.88	23.4	3,600	24.49	1,320	74.42	23.88	24.81	3,600	23.57	1,560	73.41	22.34	14.50	3,600
20	112.9384	7	87.93	24.49	32.71	3,600	23.6	3,600	73.45	23.60	22	3,600	23.6	1,800	73.45	22.35	15.84	3,600
21	219.0531	3	93.11	33.4	34.44	3,600	38.55	5,820	60.83	38.55	47.60	3,600	54.2	1,500	72.14	37.2	45.33	3,600
22	211.79	4	87.28	53.06	45.89	3,600	51.21	7,200	86.38	51.2	42.31	3,600	-	7,200	-	-	-	-
23	172.69	12	83.56	57.89	50.11	3,600	56.35	7,200	87.67	56.35	49.65	3,600	-	7,200	-	-	-	-
24	267.57	12	90.88	59.13	55.68	3,600	60.08	3,600	88.63	56.06	52.68	3,600	-	7,200	-	-	-	-
25	244.48	120	86.99	100.03	67.43	3,600	88.8	10,800	85.25	88.8	63.59	3,600	-	7,200	-	-	-	-
26	-	-	-	-	-	3,600	53.55	7,200	87.24	53.55	45.31	3,600	-	7,200	-	-	-	-
27	-	-	-	-	-	3,600	115.56	7,200	90.76	106.80	58.57	3,600	-	10,800	-	-	-	-
28	-	-	-	-	-	3,600	135.34	10,800	92.14	135.35	68.67	3,600	-	10,800	-	-	-	-
29	-	-	-	-	-	3,600	-	7,200	-	-	-	-	-	10,800	-	-	-	-
30	-	-	-	-	-	3,600	-	14,400	-	-	-	-	-	10,800	-	-	-	-
32	635.52	11	91.99	198.81	73.54	10,800	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A						
33	-	-	-	-	-	14,400	-	14,400	-	-	-	-						

Fuente: Elaboración propia

- Los resultados de los métodos híbridos mejoran las brechas del método exacto en el tiempo establecido, sin embargo, la solución inicial obtenida de las heurísticas es muy similar a la solución inicial del método exacto; las brechas encontradas aún siguen siendo altas y se continúa sin una primera solución entera factible en algunos casos, por lo cual, no podemos asegurar que son una buena herramienta generadora de soluciones iniciales a este tipo de problema.

Por lo anterior, con el fin de obtener una solución inicial factible que mejore el tiempo computacional en resolver de forma óptima nuestro modelo, se propone desarrollar una heurística constructiva.

5.4.3 HEURÍSTICA CONSTRUCTIVA

La heurística constructiva es un secuenciamiento lógico que ayuda encontrar una solución de acuerdo a las restricciones que tiene del problema en específico.

Para esta investigación, la heurística constructiva funcionará de la siguiente manera:

- Se crea una lista ordenando los pedidos de manera decreciente de acuerdo a la cantidad de productos solicitados.
- Para el primer pedido de la lista anterior, se le asigna un espacio a cada producto, (iniciando en el espacio 1, ya que el espacio 0 es el punto de partida). Se hace esto para cada pedido considerando que si un producto ya fue solicitado en pedidos anteriores, este no será ubicado nuevamente.
- Luego, de que ya se tienen los productos ubicados, se lleva a cabo el proceso de recolección, considerando que solamente debe ser un recorrido por pedido y teniendo como prioridad, recoger el producto más pesado.

La heurística constructiva fue programada en Microsoft Visual Studio Community 2017, versión 15.7.5, bajo el lenguaje de programación Visual C#. Microsoft Visual Studio es un entorno de desarrollo integrado (IDE, por sus siglas en inglés de *Integrated Development Environment*) para sistemas operativos Windows y macOS. La licencia de la versión *Community* es gratuita.

Como datos de entrada, se tienen los parámetros del modelo propuesto en la sección 4.2.

Los conjuntos a utilizar en la heurística son los siguientes:

I : Espacios ($i, j \in I$)

P : Pedidos ($p, w \in P$).

G_p : Conjunto de productos a ser recolectados en el pedido p .

$a_p = |G_p|$: Cardinalidad de elementos del pedido p .

$amax_w$: El vector que contiene el número de pedidos ordenados de manera decreciente con respecto a su cardinalidad.

$KE_k = 1$, si el producto k ya fue ubicado en algún espacio; 0, caso contrario.

ES_{kj} : Producto k ubicado en el espacio j .

y_p : Conjunto de productos ordenados por peso para cada pedido p .

EE_{pi} : En cada pedido p los espacios i a visitar, donde EE_{p0} hace referencia al inicio de cada pedido (punto de origen) y $EE_{p(|p|+1)}$ hace referencia al espacio final (que es el mismo punto de origen) del recorrido para cada pedido p .

$segruta_p$: Lista de los espacios a visitar

En los algoritmos 2 y 3 se describe la asignación de los espacios y la recolección de productos, respectivamente.

Al igual que las heurísticas *Relax and Fix*, la solución de la heurística constructiva alimentará el modelo propuesto con el fin de mejorar el tiempo computacional en encontrar la solución óptima.

Algoritmo 2 Pseudocódigo para determinar asignación de productos a espacios disponibles

```

1: Leer datos de entrada
2: Definir los conjuntos  $G_p$ ,  $a_p$ ,  $amax_w$ ,  $KE_k$ ,  $ES_{kj}$ 
3: Inicializar  $KE_k = 0 \quad \forall k \in K$ ,  $ES_{kj} = 0 \quad \forall in I; j = 1$ 
4: Para  $amax_w$  hacer
5:   Si  $G_{amax_w} \neq \emptyset$  entonces
6:     Para  $k \in G_{amax_w}$  y  $q_{jk} > d_{kamax_w}$  hacer
7:       Si  $KE_k = 0$  entonces
8:          $ES_{kj} = 1$ 
9:          $j = j + 1$ 
10:      Fin Si
11:       $q_{jk} = q_{jk} - d_{kamax_w}$ 
12:    Fin Para
13:  Fin Si
14: Fin Para

```

Fuente: Elaboración propia

Algoritmo 3 Pseudocódigo para determinar ruta de recolección

```

1: Leer datos de entrada
2: Definir los conjuntos  $y_p$ ,  $EE_{pi}$ 
3: Inicializar  $tiemporuta_p = 0$ ;  $segruta_p = 0 \quad \forall p \in P$ 
4: Para  $p \in P$  hacer
5:   Para  $I = 0$  hasta  $|P|$  hacer
6:      $tiemporuta_p = tiemporuta_p + tiemporuta(EE_{pi}, EE_{pi} + 1)$ 
7:      $segruta_p$  agregar  $EE_{pi}$ 
8:   Fin Para
9: Fin Para

```

Fuente: Elaboración propia

5.4.4 RESULTADOS DEL MÉTODO HÍBRIDO CON LA HEURÍSTICA CONSTRUCTIVA

Similar al método *Relax and Fix* presentado anteriormente, esta heurística constructiva se aplicó para aquellas instancias con brecha alta, por lo tanto sólo se analizarán las instancias con dicho comportamiento. Los resultados obtenidos para las instancias pequeñas (6, 9, 10, 13 y 14), medianas (15-30) y grandes (32-33) son mostrados en la Tabla 5.14.

En la Tabla 5.14 se presentan los resultados del método híbrido considerando la solución inicial obtenida de la heurística constructiva, respetando los criterios de parada del método exacto, descritos en la sección 5.3.1.

La ejecución del heurístico reporta una solución entera factible en menos de 1 minuto.

A continuación, en la Tabla 5.15 se presenta un comparativo entre los resultados obtenidos por el método exacto y el método híbrido con la heurística constructiva para hacer un mejor análisis de los datos encontrados.

Como podemos observar en la Tabla 5.15, las brechas entre las cotas son mejoradas con la implementación del heurístico constructivo. El principal aporte que brinda este heurístico es suministrar una de las cotas que no habían sido capaces de generarse por medio del método exacto (primera solución entera factible), a pesar que de que no se encuentra la solución óptima en los tiempos establecidos, es una mejora significativa la disminución del tamaño de las brechas, especialmente para los problemas de instancias reales.

Aunque las soluciones obtenidas de la heurística constructiva son similares a las soluciones iniciales del método exacto, el tiempo que tarda en encontrarlas es relativamente bajo para las instancias medianas y grandes.

Para tener una mejor visibilidad del aporte que brinda la implementación de

Tabla 5.14: Resultados instancias método híbrido con heurística constructiva

No.	Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($O \subseteq K$)	Pedidos (P)	Solución obtenida del heurístico	Brecha inicial entre las cotas (Gap %)	Solución encontrada por el método exacto	Brecha final entre las cotas (Gap %)	Tiempo (Seg)	Relajación Lineal	Tiempo RL (Seg)
6	10	4	10	4	86.2	83.02	86.2	44.60	3,600	14.63	0.31
9	16	4	8	2	44.8	84.43	38	25.44	3,600	6.97	0.33
10	16	4	7	2	51.6	86.60	38	31.85	3,600	6.91	0.12
13	16	4	13	4	127	88.76	120.2	70.41	3,600	14.27	0.67
14	16	4	16	4	137.2	89.21	130.4	70.05	3,600	14.8	1.19
18	32	8	8	3	63.8	86.60	22.6	0	2,611	8.55	0.94
19	32	8	7	2	38	83.51	22.34	14.09	3,600	6.26	1.55
20	32	8	8	2	48.2	87	22.34	17.28	3,600	6.26	0.56
21	32	8	8	5	91.6	83.52	34.93	36.53	3,600	15.1	0.92
22	32	8	16	2	119.6	94.17	58.49	49.31	3,600	6.97	1.95
23	32	8	15	2	106	93.45	68.21	58.45	3,600	6.94	2.36
24	32	16	14	2	143.4	95.23	61.59	57.39	3,600	6.83	2.44
25	32	16	16	4	188.2	93.04	98.44	66.97	3,600	13.10	6.73
26	32	16	16	2	123	94.44	64.80	56.53	3,600	6.83	2.08
27	32	8	24	3	165.8	93.56	119.94	62.73	3,600	10.67	5.30
28	32	8	22	3	200.73	94.70	140.58	70.26	3,600	10.63	2.98
29	32	16	28	2	309.429	97.69	261.48	79.90	3,600	7.15	3.39
30	32	16	32	4	553.02	97.34	541.75	88.53	3,600	14.7	29.13
32	121	30	30	1	277.59	98.71	230.13	77.14	10,800	3.58	3.58
33	185	104	104	6	3504.89	99.49	3504.89	99.49	14,400	17.8250	14.200

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5.15: Comparativo método exacto y método híbrido con heurística constructiva

No.	Resultados método exacto							Resultados método híbrido con heurística constructiva					
	Primera solución entera factible	Tiempo solución inicial (Seg)	Brecha inicial entre las cotas (Gap inicial %)	Solución encontrada	Brecha final entre las cotas (Gap final %)	Tiempo (seg)	Relajación lineal	Solución encontrada heurística	Brecha inicial entre las cotas (Gap inicial %)	Solución encontrada método exacto	Brecha final entre las cotas (Gap final %)	Tiempo (seg)	Relajación lineal
6	110	2	76.79	86.20	43.37	3,600	14.63	86.2	83.02	86.2	44.60	3,600	14.63
9	123	1	87.53	38	29.08	3,600	6.97	44.8	84.43	38	25.44	3,600	6.97
10	163.8	1	91.85	38	34.04	3,600	6.91	51.6	86.60	38	31.85	3,600	6.91
13	157.6	60	79.82	127	73	3,600	14.27	127	88.76	120.2	70.41	3,600	14.27
14	280	2	87.83	147.4	73.43	3,600	14.8	137.2	89.21	130.4	70.05	3,600	14.8
18	181.8616	3	95.30	22.6	7.52	3,600	8.55	63.8	86.60	22.6	0	2.611	8.55
19	225.11	3	95.85	23.88	23.4	3,600	6.26	38	83.51	22.34	14.09	3,600	6.26
20	112.9384	7	87.93	24.49	32.71	3,600	6.26	48.2	87	22.34	17.28	3,600	6.26
21	219.0531	3	93.11	33.4	34.44	3,600	15.10	91.6	83.52	34.93	36.53	3,600	15.1
22	211.79	4	87.28	53.06	45.89	3,600	6.97	119.6	94.17	58.49	49.31	3,600	6.97
23	172.69	12	83.56	57.89	50.11	3,600	6.94	106	93.45	68.21	58.45	3,600	6.94
24	267.57	12	90.88	59.13	55.68	3,600	6.83	143.4	95.23	61.59	57.39	3,600	6.83
25	244.48	120	86.99	100.03	67.43	3,600	13.10	188.2	93.04	98.44	66.97	3,600	13.10
26	-		-	-	-	3,600	6.83	123	94.44	64.80	56.53	3,600	6.83
27	-	-	-	-	-	3,600	10.67	165.8	93.56	119.94	62.73	3,600	10.67
28	-	-	-	-	-	3,600	10.63	200.73	94.70	140.58	70.26	3,600	10.63
29	-		-	-	-	3,600	7.15	309.429	97.69	261.48	79.90	3,600	7.15
30	-		-	-	-	3,600	14.7	553.02	97.34	541.75	88.53	3,600	14.7
32	635.52	91.99	11	198.81	73.54	10,800	3.58	277.59	98.71	230.13	77.14	10,800	3.58
33	-	-		-	-	14,400	-	3504.89	99.49				17.83

Fuente: Elaboración propia

esta heurística a nuestro modelo propuesto, en la Tabla 5.16 se muestra el resultado obtenido en cuanto al tiempo computacional en encontrar la solución óptima de algunas de las instancias pequeñas analizadas en la Tabla 5.7.

Como podemos observar en la Tabla 5.16, con la implementación de la heurística constructiva, para la instancia analizada, el tiempo computacional se reduce en un 63 %. Adicional a esto, en la Tabla 5.15 también se puede observar que tanto la relajación lineal como la primera solución entera factible de la instancia No. 33, son encontradas en un lapso de tiempo, en el que por medio del método exacto no pudieron generarse.

Por lo anterior, se concluye que a pesar de que la heurística constructiva propuesta, genera soluciones iniciales que ayudan a mejorar las brechas entre las cotas y debido a que por primera vez se propone un modelo que contemple la asignación de ubicación de almacenamiento y recolección de productos de forma simultánea para un almacén con un patrón no definido, tanto la heurística constructiva como el modelo propuesto quedan a disposición de cualquier posible mejora que se pueda implementar.

5.5 COMPARACIÓN DE UBICACIONES Y RUTAS DE RECOLECCIÓN

Con el fin de determinar las mejoras que proporciona este modelo, la continuación se presenta un comparativo del recorrido y los tiempos de viaje totales contemplando el acomodo que actualmente tiene la empresa y el acomodo resultante que arroja el modelo matemático para todos los productos ubicados en los espacios del área A (del 1 al 32).

Para realizar la comparación de la solución otorgada por el modelo y el acomodo actual de la empresa, contemplamos 3 ejecuciones diferentes para una instancia con

Tabla 5.16: Comparativo del tiempo computacional en encontrar la solución óptima entre el método exacto y método híbrido con heurística constructiva

No.	Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($(O \subseteq K)$)	Pedidos (P)	Método exacto			Método híbrido con Heurística constructiva		
					Solución encontrada	Brecha entre las cotas (Gap final %)	Tiempo (Hora)	Solución encontrada	Brecha entre las cotas (Gap final %)	Tiempo (Hora)
9	16	4	8	2	38	0	12	38	0	8
10	16	4	7	2	38	0	11	38	0	3

Fuente: Elaboración propia

un solo pedido:

1. Ejecución del modelo con los parámetros de ubicación actual de los productos (solución supuesta del WMS sí considerará el peso del producto con rutas óptimas), ver Figura 5.2a.
2. Ejecución del modelo sin contemplar la restricción 4.15 (prioridad de peso en la recolección) con los parámetros de ubicación actual de los productos, ver Figura 5.2b.
3. Ejecución del modelo propuesto, ver Figura 5.2c.

En la Figura 5.2 se muestra el comparativo de las tres diferentes ejecuciones descritas anteriormente, donde los números que están en color blanco, representan los códigos de los productos y los que están en rojo, la secuencia de la ruta de recolección. El número 0 es el punto de partida y llegada de los recolectores para cada pedido.

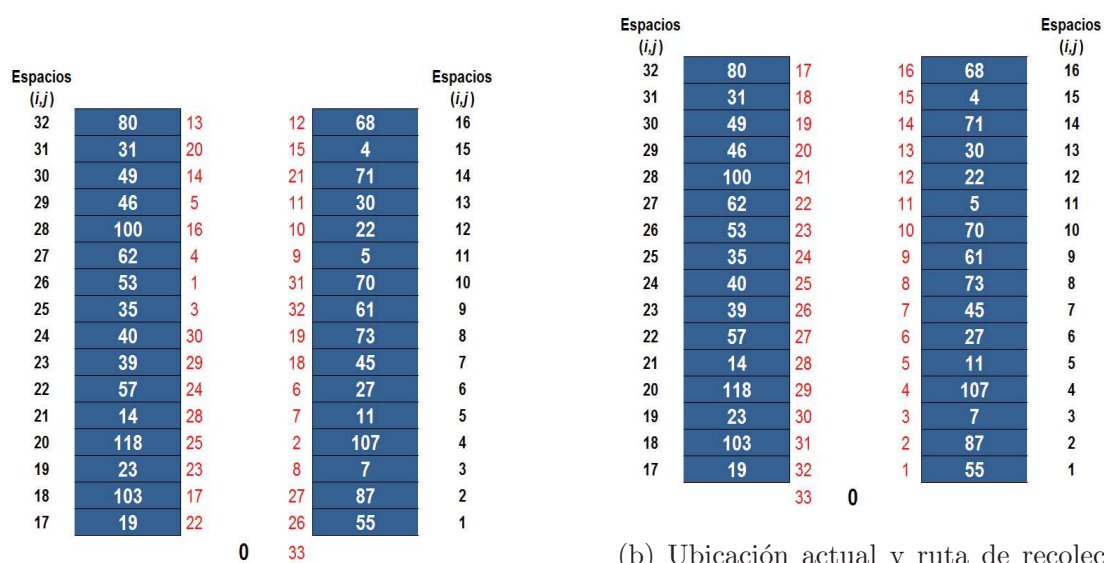
En la Tabla 5.17, se muestra el tiempo total de viaje de recolección de las tres ejecuciones, con base en los tiempos calculados en ir de un espacio mostrado en el apéndice A.

Tabla 5.17: Comparativo tiempo total de viaje de recolección en los espacios del área A de la zona de selección de la empresa panificadora

	Tiempo total de viaje Ejecución 1 (Seg)	Tiempo total de viaje Ejecución 2 (Seg)	Tiempo total de viaje Ejecución 3 (Seg)
6	215.09	56.00	56.00

Fuente: Elaboración propia

Como podemos observar en la Tabla 5.17, el tiempo de viaje de la Ejecución 2, es igual al de la Ejecución 1, ya que visita la misma cantidad de espacios (32) en el mismo orden, pero no contempla en su recolección el peso del producto, por



(a) Ubicación actual y ruta de recolección

(b) Ubicación actual y ruta de recolección sin considerar la recolección por peso

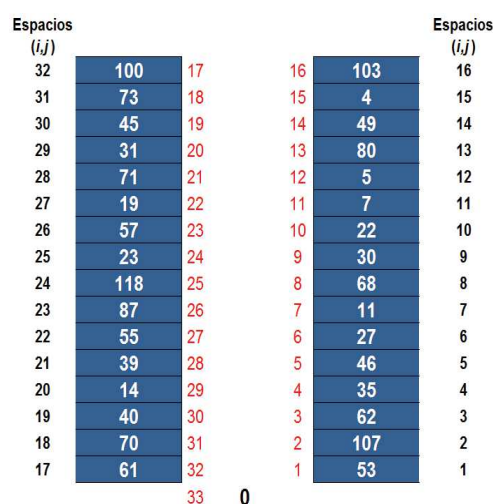


Figura 5.2: Comparativo de ubicación actual contra ubicación determinada por el modelo propuesto y sus rutas de recolección en los espacios del área A de la zona de selección de la empresa panificadora

Fuente: Elaboración propia

lo tanto al contemplar este criterio, este tiempo aumenta (Ejecución 3) ya que la ubicación de los productos no es la más adecuada. En contraste, con la utilización del modelo matemático propuesto (Ejecución 3), la reubicación de los productos analizados disminuye, aproximadamente, más del 100 % el tiempo total de viaje en la recolección, lo que conlleva a que esta labor pueda realizarse más rápido sin que sea afectado los productos en su recolección. De igual modo, los recolectores no tendrán que desviarse de las rutas establecidas y con ello no incurrir en costos extras para el cumplimiento de pedidos.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES

Este capítulo contiene lo referente a las conclusiones finales que surgieron de la investigación realizada. Además de las contribuciones que aporta esta investigación como trabajos que se podrán derivar a partir de esta.

6.1 CONCLUSIONES GENERALES

Poder entregar de manera adecuada los bienes o servicios a los clientes es uno de los procesos más importantes dentro de cualquier cadena de suministro. Para algunas empresas contar con centros de distribución en su logística de salida, les proporciona agilidad, flexibilidad y competitividad al momento de satisfacer las demandas del mercado, lo que conlleva a que, en ocasiones, puede significar pérdidas o ganancias el contar con este tipo de estructuras ya que el almacenamiento contribuye con aproximadamente el 20 % de los costos logísticos de las compañías. Es por ello que se debe de mantener un correcto funcionamiento y control de las actividades que se realizan en su interior, principalmente en las que lo afectan en mayor proporción, como lo es la preparación de pedidos, actividad donde se genera valor agregado al producto y que representa entre el 55 % y 60 % de sus costos operativos.

Las decisiones de la ubicación de almacenamiento de los productos, son de

vital importancia para determinar su facilidad de acceso, por lo tanto, un correcto acomodo, es uno de los factores principales que permite realizar la recolección de pedidos en tiempo y forma y con ello mantener un nivel de respuesta rápida a la solicitud de los clientes.

A pesar de que la herramienta y los métodos de solución propuestos no arrojaron resultados en tiempos favorables para instancias de tamaño real, el desarrollo del algoritmo que contempla de manera simultánea la ubicación de almacenamiento y las rutas de recolección con base a la prioridad de peso de las cajas de los productos y cumplimiento de demanda, es un gran aporte que permitirá mejorar el tiempo de recolección de los pedidos y con lo cual se comprueba la hipótesis planteada en la presente investigación.

6.2 CONTRIBUCIONES

Se desarrolló un modelo matemático donde por primera vez se realizan las decisiones de almacenamiento y recolección al mismo tiempo en un almacén que no necesita un diseño especial o específico para su aplicación.

La herramienta podrá ser aplicable a la zona de selección de productos nacionales, puesto que el modelo se ajusta a las características de esta área. Además, también podrá usarlo cualquier empresa que cumpla con las características con las que fue desarrollado el modelo matemático.

La aplicación de heurísticas *Relax and Fix* y constructivas para compensar las deficiencias computacionales de los métodos exactos y proporcionar soluciones en tiempo favorable a problemas de tamaños complejos.

6.3 TRABAJO A FUTURO

Se podrían analizar más instancias, así como incrementar el tiempo de ejecución de los diferentes métodos, con el fin de comprobar la eficiencia de cada uno de ellos. De igual manera, se podría mejorar a la heurística constructiva, contemplando al momento de hacer la asignación de espacios, el peso de los productos.

Con el ánimo de generalizar el modelo matemático, se puede adicionar restricciones que contemplen las medidas de las cajas al momento de realizar la recolección.

APÉNDICE A

DISEÑO DE LA MATRIZ DE TIEMPO ENTRE ESPACIOS EN LA ZONA DE SELECCIÓN

De acuerdo al *layout* que maneja la zona de selección de la empresa panificadora, ver Figura ??, se plantearon una serie de combinaciones para determinar los tiempos que se requieren en ir de un espacio a otro, contemplando que 1 metro será equivalente a 1 segundo. Esta matriz se construyó utilizando Microsoft Excel.

Con base a la medida estándar de un tarima, 1,2 metros de ancho por 1 metro, para empezar a determinar las medidas de los espacios y pasillos determinados en la Figura A.1, se contempló lo siguiente:

- **Para el área A (del espacio 1 al 32), B (del espacio 33 al 58) y B1 (del espacio 59 al 61):** Teniendo en cuenta una medida aproximada de la estructura, el ancho de cada carril fue de 1.7 metros
- **En el área C (del espacio 62 al 121):** Por ser tarima piso, cada espacio es un cuadrado con arista de 1,5 metros.
- **En el área D (del espacio 122 al 185):** El ancho (carril) de cada estante

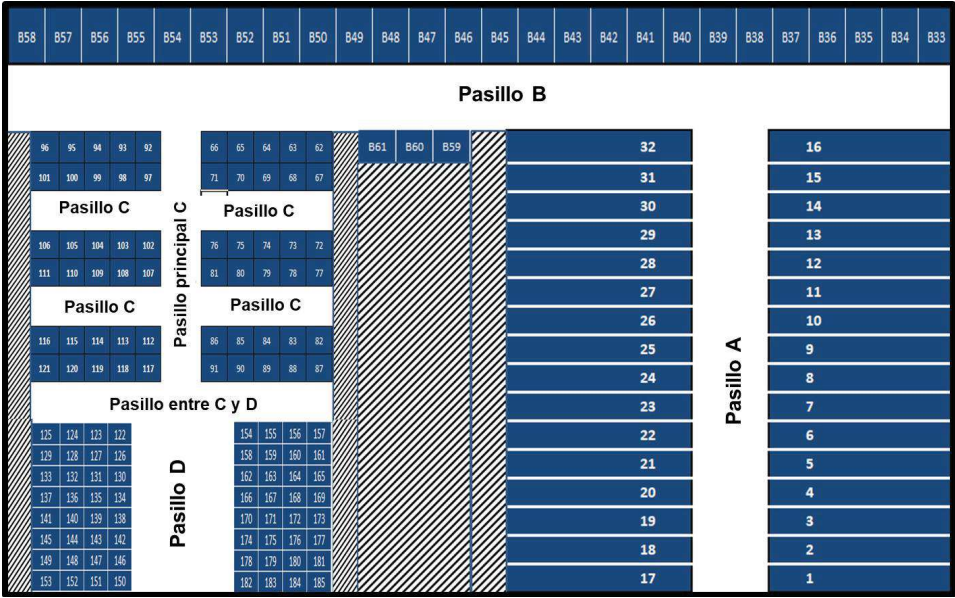


Figura A.1: Esquema de la zona de selección de productos para el exterior de la empresa panificadora

Fuente: Elaboración propia

es de 1,5 metros.

Y para la medida de los pasillos:

- **Pasillos A y B:** amplio (con dos sentidos, ida y regreso) de 3 metros
- **Pasillo C:** tanto el principal como los otros pasillos, son angostos, donde el primero mide 2 metros y los otros 1,5 metros.
- **Pasillo entre C y D:** 2 metros
- **Pasillo D:** 9 metros

Después de establecer los parámetros anteriores se procedió a determinar los tiempos de un espacio a otro (siempre llegando a la mitad de los carriles) teniendo en cuenta diversas combinaciones entre los puntos por áreas y entre cada una de ellas de la siguiente manera:

En el área A

- Ir en línea recta cuando, los espacios estén del mismo lado, es decir del 1 al 16 o del 17 al 32, por lo tanto el tiempo recorrido entre espacios será de 1,7seg, o cuando el otro espacio este justo al frente, en es te caso el tiempo recorrido será de 3 seg, ver Figura A.2a.
- Para el tiempo recorrido cuando no se está en el mismo lado, se contempló el cálculo de una hipotenusa, ya que la distancia más corta entre dos puntos, es una línea recta, ver Figura A.2b.

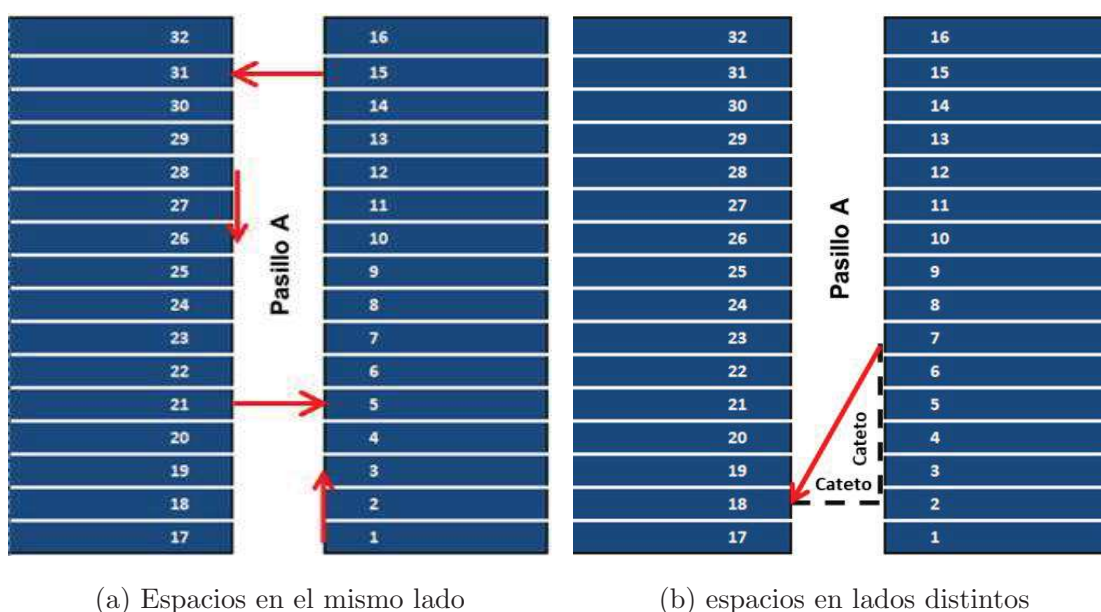


Figura A.2: Combinaciones en el área A.

Fuente: Elaboración propia

Área B y B1

Se realizó el mismo procedimiento que en el área A, ir en línea recta cuando se está del mismo lado y contemplar el cálculo de una hipotenusa cuando se debe de cruzar el pasillo, ver Figura A.3.

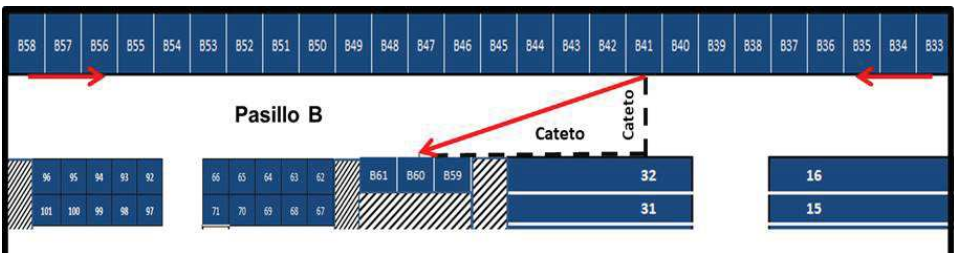


Figura A.3: Combinaciones en el área B

Fuente: Elaboración propia

Área C

En esta área como los pasillos son estrechos, es decir, solo se puede ir en un solo sentido a la vez, se puede agarrar el producto que está en el espacio del frente. Para no obstaculizar el pasillo principal, se determinó recoger el producto sobre los otros pasillos y para el cálculo del tiempo de un espacio a otro, se contempló seguir el camino en línea recta, ver Figura A.4.

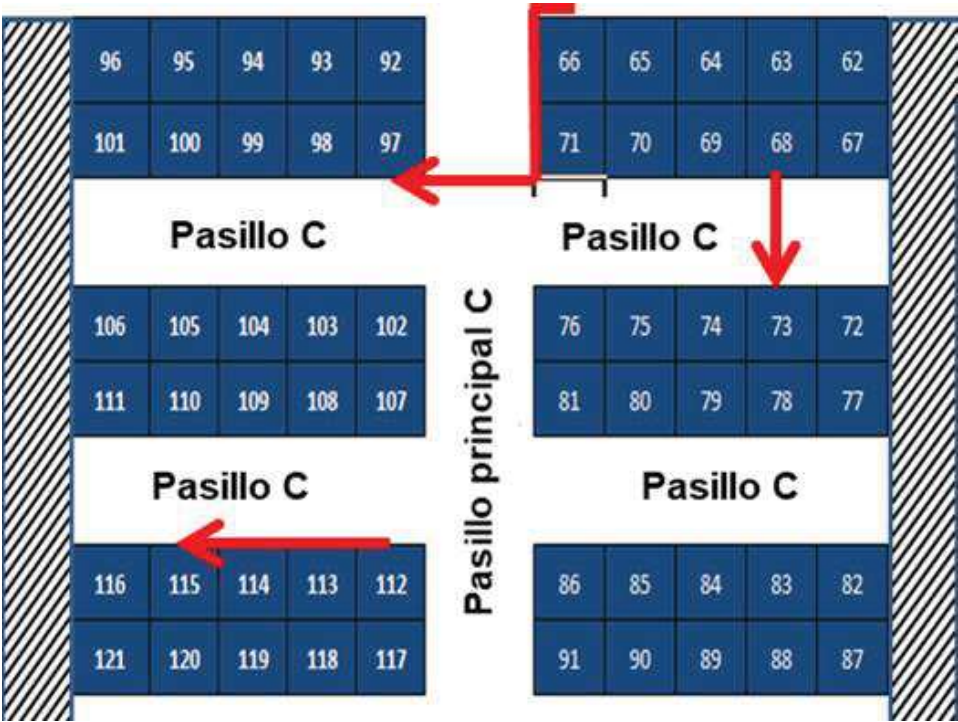


Figura A.4: Combinaciones en el área C

Fuente: Elaboración propia

Área D

Se realizó el mismo procedimiento que en el área A, ir en línea recta cuando se está del mismo lado y calcular la medida de una hipotenusa cuando se debe de cruzar el pasillo. En esta área, como las estanterías tienen 4 niveles, el tiempo no cambia entre estos (del 122 al 125) pero sí cuando se cambia de carriles (del 122 al 126), ver Figura A.5.

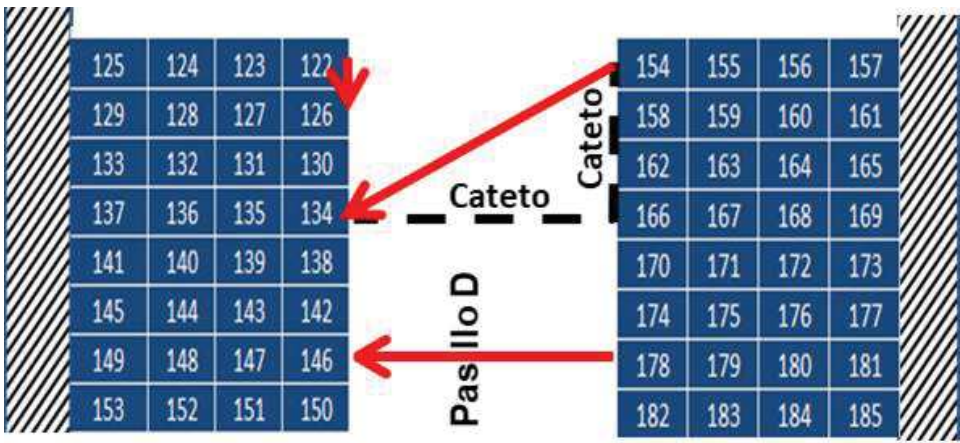


Figura A.5: Combinaciones en el área D

Fuente: Elaboración propia

Del área A al B y B1

Se consideró ir en línea recta hasta A32 o A16 y de ahí por medio del cálculo de una hipotenusa hasta cualquier espacio del área B, ver Figura A.6.

Del área A al B1

Se contempló ir en línea recta hasta, dependiendo del lado del área en que se ubique, A16 o A32 y continuar en el mismo sentido hasta cualquier espacio del área B1, ver Figura A.7.

Del área A al C

Se determinó seguir un camino en línea recta hasta cualquier espacio del área C, teniendo en cuenta las combinaciones y políticas de recolección mencionadas ante-

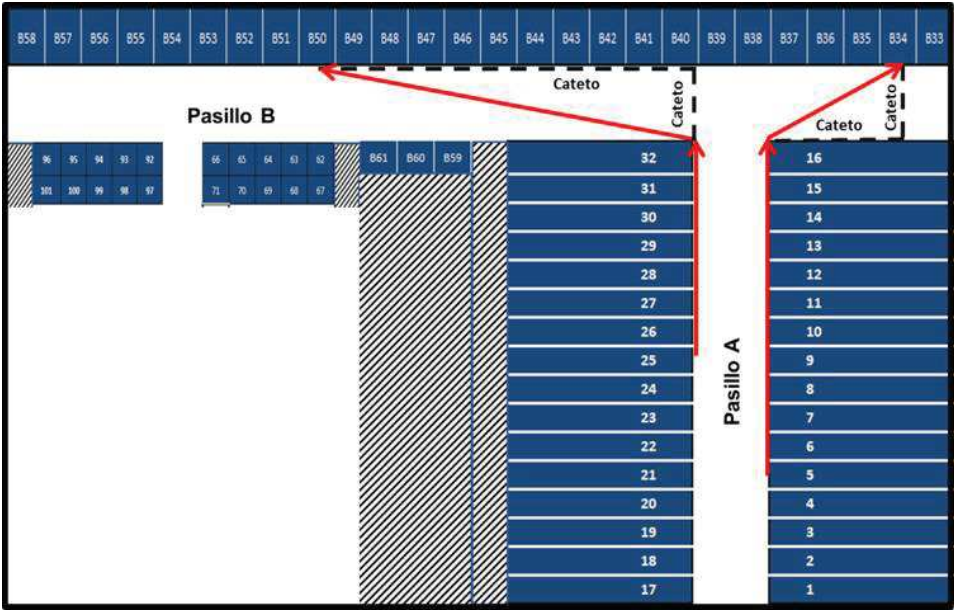


Figura A.6: Combinaciones entre el área A y B
Fuente: Elaboración propia

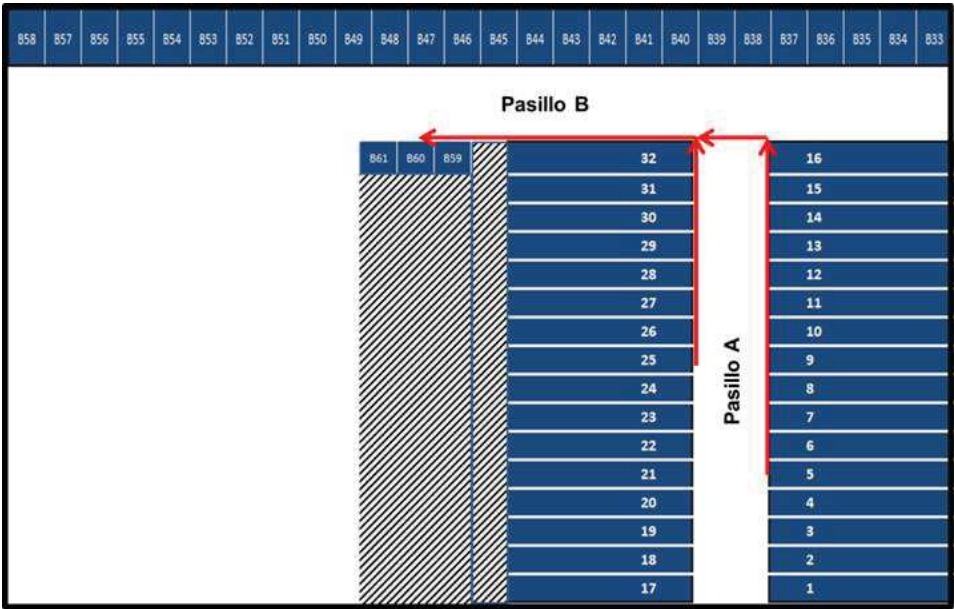


Figura A.7: Combinaciones entre el área A y B1
Fuente: Elaboración propia

riormente en esta área, ver Figura A.8.

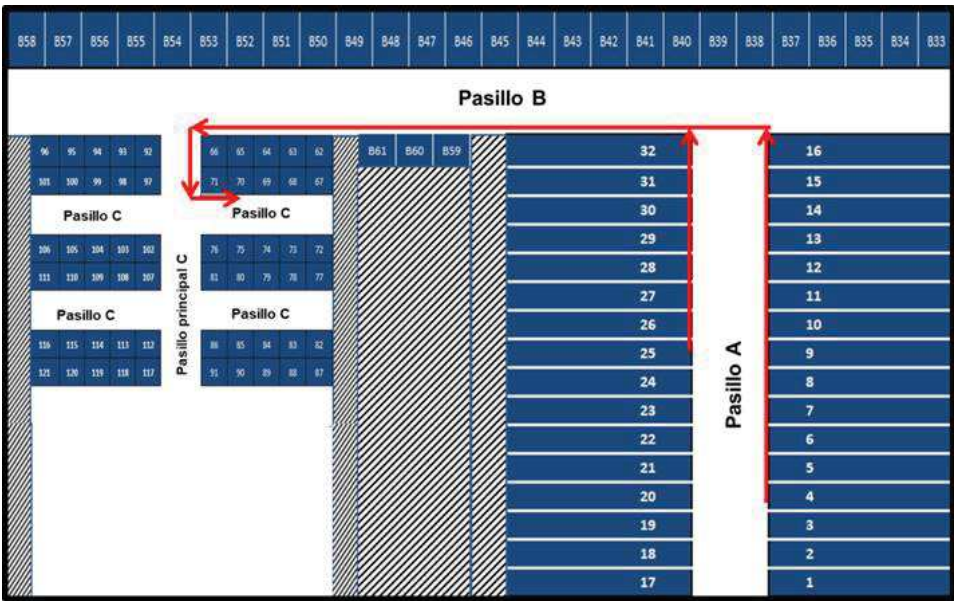


Figura A.8: Combinaciones entre el área A y C

Fuente: Elaboración propia

Del área A al D

Se siguió la misma rutina de línea recta para llegar al área C, luego cruzar en la esquina del espacio 66 y al final del pasillo principal de esta, se consideró el cálculo de una hipotenusa hasta cualquier destino del área D, ver Figura A.9.

Del área B al C

Se consideró el cálculo de una hipotenusa desde cualquier espacio del área B hasta los espacios del área C que están en frente, ver Figura A.10. Para los demás puntos, se contempló el cálculo de una hipotenusa hasta la esquina del espacio 66 o 92 y de ahí continuar en línea recta, teniendo en cuenta las combinaciones y políticas de recolección mencionadas anteriormente en el área C, ver Figura A.10.

Del área B al D

Se contempló el cálculo de una hipotenusa desde cualquier espacio del área B hasta la esquina del espacio 66 o 92 (por donde se entra al pasillo principal de esa área), luego continuar en línea recta hasta el final del pasillo principal del área C y después

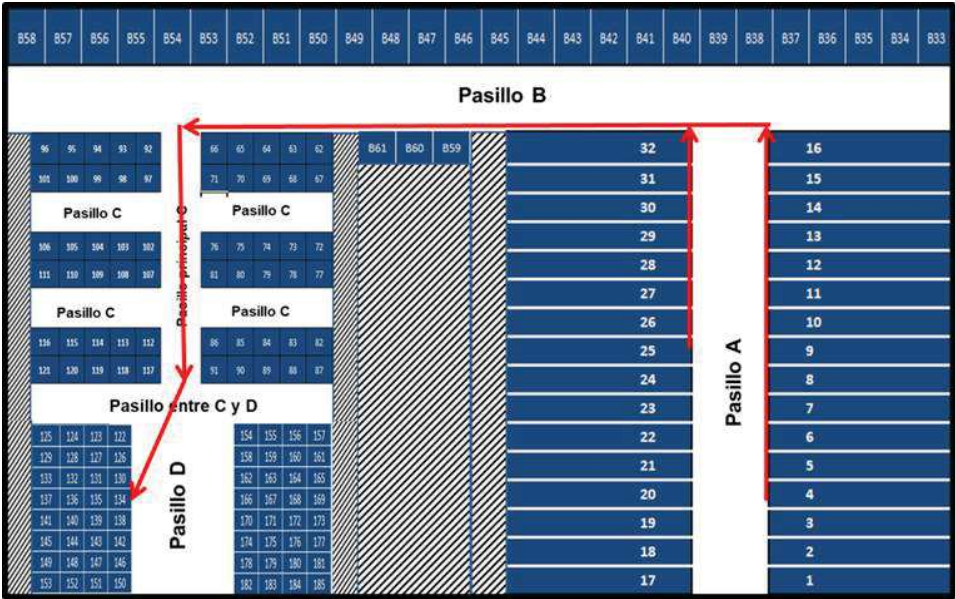


Figura A.9: Combinaciones entre el área A y D

Fuente: Elaboración propia

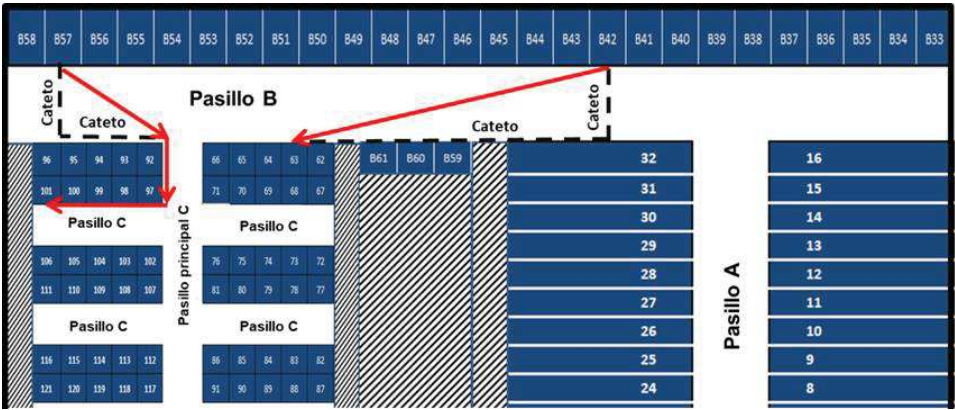


Figura A.10: Combinaciones entre el área B y C

Fuente: Elaboración propia

por medio del cálculo de una hipotenusa, llegar a cualquier destino del área D, ver Figura A.11.

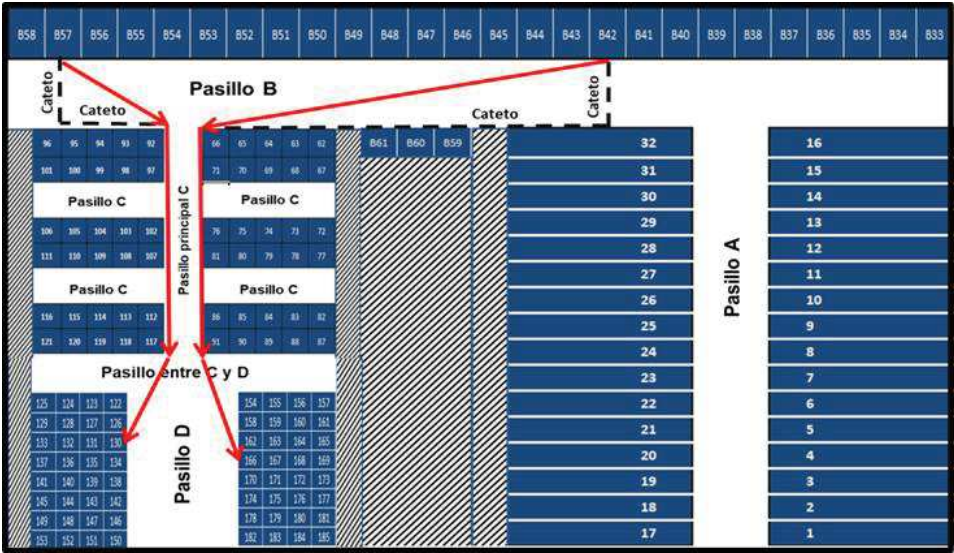


Figura A.11: Combinaciones entre el área B y D

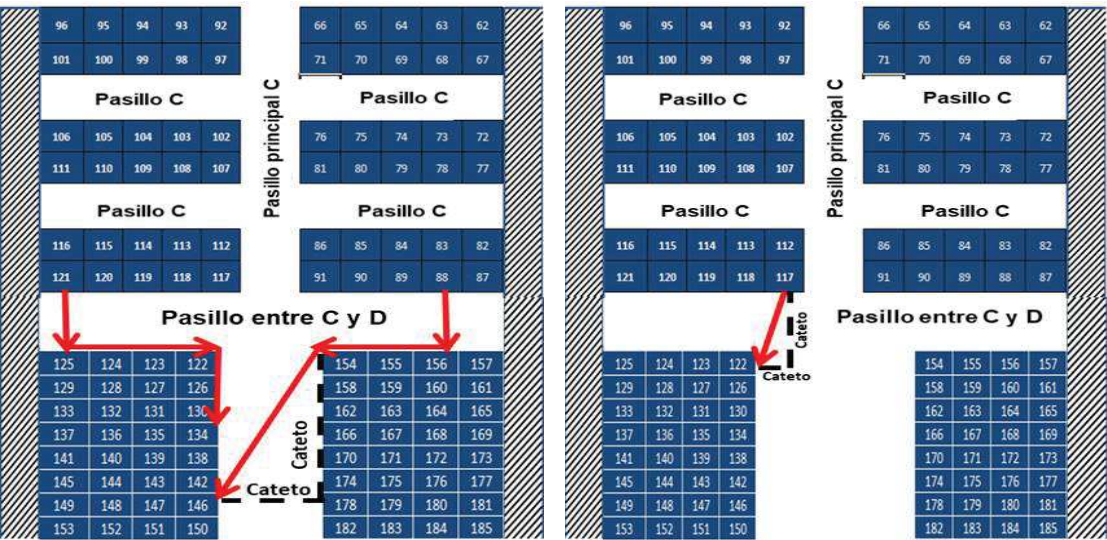
Fuente: Elaboración propia

Del área C al D

Para el cálculo del tiempo de los espacios que están en frente del área D (del 91 al 87 y del 117 al 121), como la medida del largo de la estantería es de 4 metros (4seg) y la medida de los cuatro carriles del área C es de 7,5 metros (7,5seg) se determinó ir en línea recta desde los espacios que están antes de llegar a la esquina del carril 122 o 154 y de ahí, continuar en el mismo sentido si se está en el mismo lado o por medio del cálculo de una hipotenusa si el espacio requerido está en frente, ver Figura A.12a. Para los espacios del área C que están después de los 4 metros (4seg) del largo de la estantería, se contempló el cálculo de una hipotenusa hacia cualquier espacio del área D, ver Figura A.12b.

Para los espacios del área C que no están en frente de las estanterías, se consideró ir en línea recta hasta el final del pasillo principal de esta área y de ahí se determinó el cálculo de una hipotenusa hasta cualquier destino del área D, ver Figura A.13.

Finalmente, con base a lo mencionado anteriormente, en la Tabla A.1 se muestra



(a) Espacios que están antes de los 4 metros del largo de la estantería. (b) Espacios que están después de los 4 metros del largo de la estantería.

Figura A.12: Combinaciones entre el área C y D

Fuente: Elaboración propia

un ejemplo del resultado de la matriz del tiempo que hay entre todos los espacios de la zona de selección de los productos del exterior de la empresa panificadora.

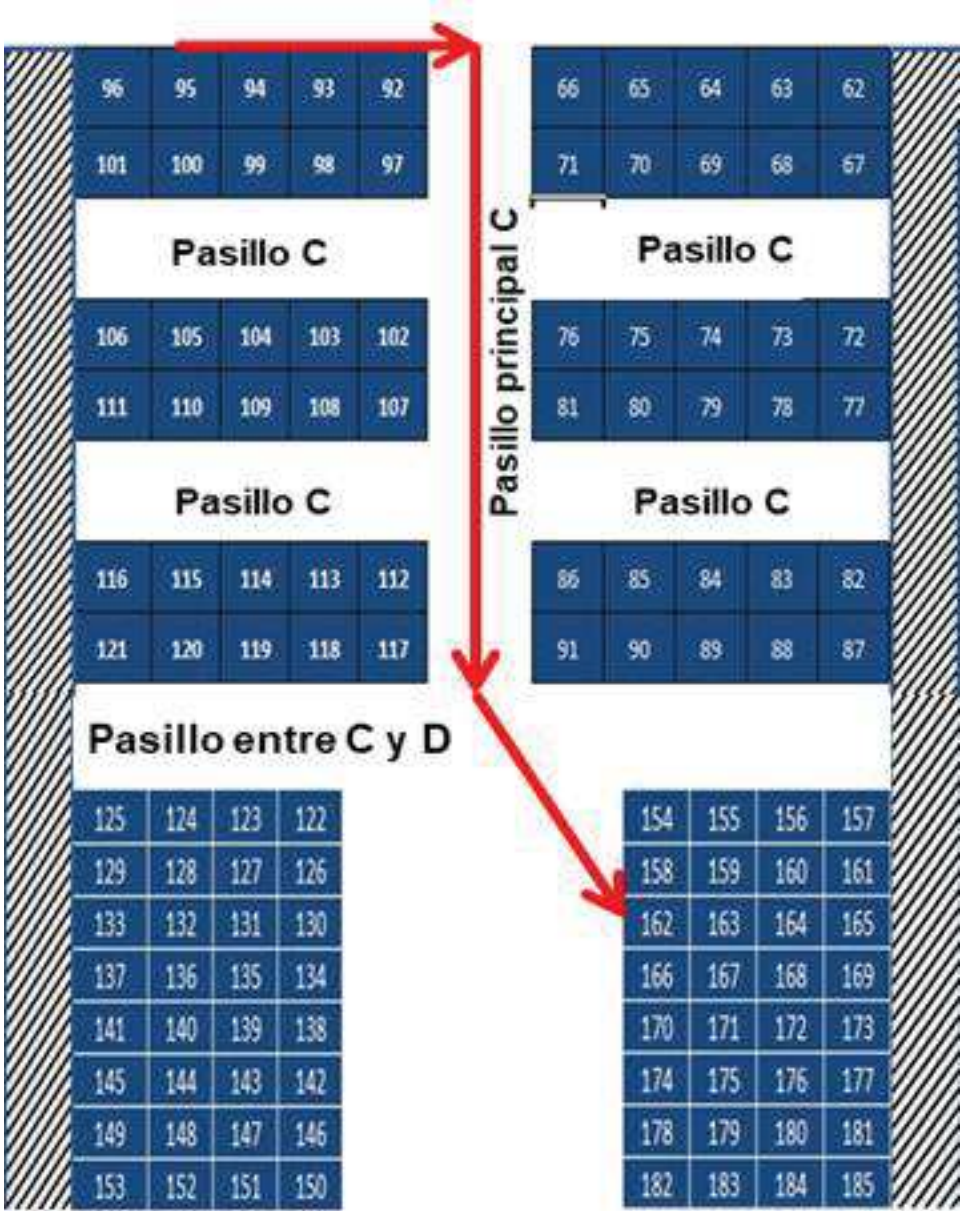


Figura A.13: Otras combinaciones entre el área C y D

Fuente: Elaboración propia

Tabla A.1: Ejemplo de la matriz de tiempo entre espacios de la zona de selección de los productos del exterior de la empresa panificadora.

Espacios	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	0	1,00	2,70	4,40	6,10	7,80	9,50	11,20	12,90	14,60	16,30	18,00	19,70	21,40	23,10	24,80	26,50
1	1,0	0	1,70	3,40	5,10	6,80	8,50	10,20	11,90	13,60	15,30	17,00	18,70	20,40	22,10	23,80	25,50
2	2,7	1,70	0	1,70	3,40	5,10	6,80	8,50	10,20	11,90	13,60	15,30	17,00	18,70	20,40	22,10	23,80
3	4,4	3,40	1,70	0	1,70	3,40	5,10	6,80	8,50	10,20	11,90	13,60	15,30	17,00	18,70	20,40	22,10
4	6,1	5,10	3,40	1,70	0	1,70	3,40	5,10	6,80	8,50	10,20	11,90	13,60	15,30	17,00	18,70	20,40
5	7,8	6,80	5,10	3,40	1,70	0	1,70	3,40	5,10	6,80	8,50	10,20	11,90	13,60	15,30	17,00	18,70
6	9,5	8,50	6,80	5,10	3,40	1,70	0	1,70	3,40	5,10	6,80	8,50	10,20	11,90	13,60	15,30	17,00
7	11,2	10,20	8,50	6,80	5,10	3,40	1,70	0	1,70	3,40	5,10	6,80	8,50	10,20	11,90	13,60	15,30
8	12,9	11,90	10,20	8,50	6,80	5,10	3,40	1,70	0	1,70	3,40	5,10	6,80	8,50	10,20	11,90	13,60
9	14,6	13,60	11,90	10,20	8,50	6,80	5,10	3,40	1,70	0	1,70	3,40	5,10	6,80	8,50	10,20	11,90
10	16,3	15,30	13,60	11,90	10,20	8,50	6,80	5,10	3,40	1,70	0	1,70	3,40	5,10	6,80	8,50	10,20
11	18,0	17,00	15,30	13,60	11,90	10,20	8,50	6,80	5,10	3,40	1,70	0	1,70	3,40	5,10	6,80	8,50
12	19,7	18,70	17,00	15,30	13,60	11,90	10,20	8,50	6,80	5,10	3,40	1,70	0	1,70	3,40	5,10	6,80
13	21,4	20,40	18,70	17,00	15,30	13,60	11,90	10,20	8,50	6,80	5,10	3,40	1,70	0	1,70	3,40	5,10
14	23,1	22,10	20,40	18,70	17,00	15,30	13,60	11,90	10,20	8,50	6,80	5,10	3,40	1,70	0	1,70	3,40
15	24,8	23,80	22,10	20,40	18,70	17,00	15,30	13,60	11,90	10,20	8,50	6,80	5,10	3,40	1,70	0	1,70
16	26,5	25,50	23,80	22,10	20,40	18,70	17,00	15,30	13,60	11,90	10,20	8,50	6,80	5,10	3,40	1,70	0

Fuente: Elaboración propia

APÉNDICE B

RESULTADOS EXPERIMENTACIÓN
COMPUTACIONAL

Tabla B.1: Resultados instancias pequeñas

Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($O \subseteq K$)	Pedidos (P)	Tipo de Escenario	Total variables	Total restricciones	Primera solución Entera Factible	Becha inicial entre las cotas (Gap %)	Solución encontrada	Becha final entre las cotas (Gap %)	Tiempo (Seg)	Relajación Lineal	Tiempo RL (Seg)
5	2	2	2	1	115	221	21	72.86	7.4	0	1	5.7	0
5	2	1	2	2	99	188	4	0	4	0	1		0
5	2	4	2	3	147	287	68.81	21	17.6	0	1	6.5	0.02
5	2	3	2	4	131	254	24.4	69.67	14.2	0	1	7.4	0.02
7	3	3	3	1	301	580	29	68.46	16.2	0	1	9.4	0.03
7	3	1	3	2	243	460	26.4	57.95	19.6	0	1	11.1	0.08
7	3	7	3	4	417	820	63.8	83.74	46.8	0	33	10.37	0.08
9	3	3	2	1	303	574	24.4	69.67	10.8	0	1	7.4	0.03
9	3	2	2	2	275	521	7.4	83.48	7.4	0	1	7.4	0
9	3	6	2	3	387	733	44.8	82.94	27.8	0	25	7.4	0.09
9	3	5	2	4	359	680	34.6	80.58	24.4	0	7	6.72	0.08
10	4	4	2	1	387	732	38	80.53	14.2	0	1	7.4	0.03
10	4	4	4	1	729	1.406	65.8	80.09	28.4	0	5	13.1	0.06
10	4	3	2	2	356	674	61.8	85.28	10.8	0	1	7.4	0.05
10	4	1	4	2	576	1.094	8	0	8	0	1		0.02
10	4	8	2	3	511	964	15.05	81.69	38	0	1,620	6.97	0.13
10	4	7	2	4	480	906	91.43	95.80	38	0	1,020	6.91	0.13
10	4	10	4	4	1.035	2.030	110	76.79	86.20	43.37	3,600	14.63	0.45
16	4	4	2	1	807	1.530	61.8	88.03	14.2	0	2	7.4	0.08
16	4	3	2	2	758	1.442	17.6	57.95	10.8	0	1	7.4	0.06
16	4	8	2	3	1.003	1.882	123	87.53	38	29.08	3,600	6.97	0.33
16	4	7	2	4	954	1.794	163.8	91.85	38	34.04	3,600	6.91	0.27
16	4	4	4	1	1.545	2.972	65.80	80.09	28.4	0	28	13.10	0.19
16	4	1	4	2	1.302	2.498	8	0	8	0	2		0.02
16	4	16	4	3	2.517	4.868	280	87.83	147.4	73.43	3,600	14.8	1.28
16	4	13	4	4	2.274	4.394	157.6	79.82	127	73	3,600	14.27	1.11

Fuente: Elaboración propia

Tabla B.2: Resultados instancias medianas

Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($O \subseteq K$)	Pedidos (P)	Tipo de Escenario	Total variables	Total restricciones	Primera solución Entera Factible	Becha inicial entre las cotas (Gap %)	Solución encontrada	Becha final entre las cotas (Gap %)	Tiempo (Seg)	Relajación Lineal	Tiempo RL (Seg)
32	8	8	1	1	1.642	3.021	78.3484	95.28	15.2	0	33	3.27	0.42
32	8	8	2	1	3.019	5.738	112.9384	87.93	24.49	32.71	3,600	6.26	1.06
32	8	8	3	1	4.396	8.455	181.8616	95.30	22.6	7.52	3,600	8.55	1.03
32	8	8	4	1	5.773	11.172	169.8816	92.79	34.68	40.17	3,600	12.5	1.06
32	8	8	5	1	7.150	13.889	219.0531	93.11	33.4	34.44	3,600	15.1	1.02
32	8	7	2	2	2.922	5.570	225.11	95.85	23.88	23.4	3,600	6.26	1.69
32	8	5	3	2	4.009	7.750	117.70	91.05	22.6	0	540	10.53	0.56
32	8	6	4	2	5.451	10.568	208.81	93.39	24.6	0	1,080	13.1	1.34
32	8	5	5	2	6.571	12.782	99.64	86.55	21.95	0	240	13.4	1.5
32	8	8	1	3	1.642	3.021	69.56	94.07	15.2	0	40	3.27	0.83
32	8	16	2	3	3.795	7.082	211.79	87.28	53.06	45.89	3,600	6.97	2.17
32	8	24	3	3	6.460	12.215	-	-	-	-	3,600	10.67	7.05
32	8	32	4	3	9.637	18.420	-	-	-	-	3,600	14.7	14.67
32	8	15	2	4	3.698	6.914	172.69	83.56	57.89	50.11	3,600	6.94	3.20
32	8	22	3	4	6.202	11.745	-	-	-	-	3,600	10.63	5.59
32	8	28	4	4	8.993	17.212	-	-	-	-	3,600	14.31	31.50
32	8	32	5	4	11.782	22.745	-	-	-	-	3,600	18.36	34.88
32	16	16	2	1	3.795	7.082	-	-	-	-	3,600	6.83	2.88
32	16	16	4	1	7.061	13.588	244.48	86.99	100.03	67.43	3,600	13.10	8.00
32	16	14	2	2	3.601	6.746	267.57	90.88	59.13	55.68	3,600	6.83	3.27
32	16	13	4	2	6.578	12.682	-	-	-	-	3,600	13.10	3.28
32	16	32	2	3	5.347	9.770	-	-	-	-	3,600	7.35	7.16
32	16	28	2	4	4.959	9.098	-	-	-	-	3,600	7.15	4.73
32	16	32	4	4	9.637	18.420	-	-	-	-	3,600	14.7	32.92
61	15	15	1	1	5.751	10.572	249.78	90.25	27.54	0	840	3.47	1.49

Fuente: Elaboración propia

Tabla B.3: Resultados instancias grandes

Espacios (I)	Productos solicitados (K)	Productos asignados ($O \subseteq K$)	Pedidos (P)	Tipo de Escenario	Total variables	Total restricciones	Primera solución Entera Factible	Becha inicial entre las cotas (Gap %)	Solución encontrada	Becha final entre las cotas (Gap %)	Tiempo (Seg)	Relajación Lineal	Tiempo RL (Seg)
121	30	30	1	1	22.296	40.932	635.52	91.99	198.81	73.54	10,800	3.58	3.73
185	104	104	6	2	343.471	667.555	-	-	-	-	14,400	-	-

Fuente: Elaboración propia

BIBLIOGRAFÍA

- ARRIETA, J. G. (2011), «Aspectos a considerar para una buena gestión en los almacenes de las empresas (Centros de Distribución, cedis)», *Journal of Economics, Finance and Administrative Science is the property of Universidad ESAN*, **16**(30).
- AZADNIA, A. H., S. TAHERI, P. GHADIMI, M. Z. MAT SAMAN y K. Y. WONG (2013), «Order batching in warehouses by minimizing total tardiness: A hybrid approach of weighted association rule mining and genetic algorithms», *The Scientific World Journal*, **2013**.
- BAHRAMI, B., E. AGHEZZAF y V. LIMERE (2017), «Using Simulation to Analyze Picker Blocking in Manual Order Picking Systems», *Procedia Manufacturing*, **11**, págs. 1798 – 1808, 27th International Conference on Flexible Automation and Intelligent Manufacturing, FAIM2017, 27-30 June 2017, Modena, Italy.
- BARTHOLDI, J. y S. HANKMAN (2014), «Warehouse and Distribution Science», .
- BURKARD, R., V. G. DENEKO, J. A. A. VAN DER VEEN y G. J. WOEGINGER (1998), «Well-Solvable Special Cases of the Traveling Salesman Problem: A Survey», *SIAM REVIEW*, **40**(3), pág. 496–546.
- CARON, F., G. MARCHET y A. PEREGO (1998), «Routing policies and COI-based storage policies in picker-to-part systems», *International Journal of Production Research*, **36**(3), págs. 713–732.
- CHAN, F. T. y H. CHAN (2011), «Improving the productivity of order picking of a manual-pick and multi-level rack distribution warehouse through the im-

- plementation of class-based storage», *Expert Systems with Applications*, **38**(3), págs. 2686 – 2700, URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417410008547>.
- CHOPRA, S. y P. MEINDL (2008), *Administración de la cadena de suministro*, cuarta edición, Pearson Prentice Hall, México, DF.
- CHURCHMAN, C. W., R. L. ACKOFF y E. L. ARNOFF (1971), *Introducción a la investigación operativa*, Aguilar, Madrid.
- DANIELS, R. L., J. L. RUMMEL y R. SCHANTZ (1998), «A model for warehouse order picking», *European Journal of Operational Research*, **105**(1), págs. 1 – 17.
- DAVARZANI, H. y A. NORRMAN (2016), «Toward a relevant agenda for warehousing research: literature review and practitioners' input», *Logistics Research*, **8**(1).
- DE KOSTER, R., T. LE-DUC y K. J. ROODBERGEN (2007), «Design and control of warehouse order picking: A literature review», *European Journal of Operational Research*, **182**(2).
- DE KOSTER, R. y E. V. D. POORT (1998), «Routing orderpickers in a warehouse: a comparison between optimal and heuristic solutions», *IIE Transactions*, **30**(5), págs. 469–480.
- DEKKER, R., M. B. M. DE KOSTER, K. J. ROODBERGEN y H. VAN KALLEVEEN (2004), «Improving Order Picking Response Time at Ankor's Warehouse», *Interfaces*, **34**(4), págs. 303–313.
- DIJKSTRA, A. S. y K. J. ROODBERGEN (2017), «Exact route-length formulas and a storage location assignment heuristic for picker-to-parts warehouses», *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **102**, págs. 38 – 59.
- DOMINGOS DE OLIVEIRA, J. (2017), *Estratégias relax-and-fix aplicada ao problema de roteamento em arcos capacitado e periódico*, Tesis Doctoral, Pós-Graduação em

- Métodos Numérico em Engenharia, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Paraná.
- ELBERT, R. M., T. FRANZKE, C. H. GLOCK y E. H. GROSSE (2016), «The effects of human behavior on the efficiency of routing policies in order picking: The case of route deviations», *Computers and Industrial Engineering*, **111**.
- ÇELİK, M. y H. SÜRAL (2014), «Order picking under random and turnover-based storage policies in fishbone aisle warehouses», *IIE Transactions*, **46**(3), págs. 283–300.
- ESCRIVA, J. y V. SAVALL (2005), «Gestión del Transporte», capítulo El almacén en la cadena logística, McGraw-Hill/Interamericana, págs. 6–21.
- FERREIRA, D., R. MORABITO y S. RANGEL (2010), «Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants», *Computers and Operations Research*, **37**(4), págs. 684 – 691, URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054809001695>.
- GOETSCHALCKX, M. y J. ASHAYERI (1989), «Classification and design of order picking systems», *Logistics World*, **2**(2), pág. 99–106.
- GOETSCHALCKX, M. y H. RATLIFF (1988), «Order Picking In An Aisle», **20**, págs. 53–62.
- GU, J., M. GOETSCHALCKX y L. F. MCGINNIS (2007), «Research on warehouse operation: A comprehensive review», *European Journal of Operational Research*, **177**(1), págs. 1 – 21.
- GWYNNE, R. (2014), *Warehouse Management: A Complete Guide to Improving Efficiency and Minimizing Costs in the Modern Warehouse*, Kogan Page.
- HENN, S., K. DOERNER, C. STRAUSS y G. WÄCHER (2003), «Metaheuristics for the Order Batching Problem in Manual Order Picking Systems», *European Journal of Operational Research*, **3**(1).

- HENN, S. y V. SCHMID (2013), «Metaheuristics for order batching and sequencing in manual order picking systems», *Computers and Industrial Engineering*, **66**(2).
- HILLIER, F. y G. LIEBERMAN (2010), *Introducción a la investigación operativa*, McGraw Hill, México.
- HWANG, H., Y. H. OH y Y. K. LEE (2004), «An evaluation of routing policies for order-picking operations in low-level picker-to-part system», *International Journal of Production Research*, **42**(18), págs. 3873–3889.
- JARVIS, J. M. y E. D. MCDOWELL (1991), «Optimal Product Layout in an Order Picking Warehouse», *IIE Transactions*, **23**(1), págs. 93–102.
- LAMBERT, D. (2008), *Supply Chain Management: Processes, Partnerships, Performance*, tercera edición, Supply Chain Management Institute, Estados Unidos, Florida.
- LAMBERT, D. M., J. R. STOCK y L. M. ELLRAM (1998), *Logistics: An Introduction to Supply Chain Management*, McGraw-Hill.
- LIN, C.-C., J.-R. KANG, C.-C. HOU y C.-Y. CHENG (2016), «Joint order batching and picker Manhattan routing problem», *Computers and Industrial Engineering*, **95**, págs. 164 – 174.
- MANZINI, R., M. GAMBERI, A. PERSONA y A. REGATTIERI (2007), «Design of a class based storage picker to product order picking system», *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **32**(7), págs. 811–821, URL <https://doi.org/10.1007/s00170-005-0377-2>.
- MILLER, C. E., A. TUCKER y R. ZEMLIN (1960), «Integer Programming Formulation of Traveling Salesman Problems», *Journal of the Association for Computing Machinery*, **7**, págs. 326–329.
- MIRANDA, P. L., R. MORABITO y D. FERREIRA (2018), «Optimization model for a production, inventory, distribution and routing problem in small furni-

- ture companies», *TOP*, **26**(1), págs. 30–67, URL <https://doi.org/10.1007/s11750-017-0448-1>.
- MORENO, A., D. ALEM y D. FERREIRA (2016), «Heuristic approaches for the multiperiod location-transportation problem with reuse of vehicles in emergency logistics», *Computers & Operations Research*, **69**, págs. 79 – 96.
- ORSI, G. (2013), «Diseño logístico de un Centro de Distribución», .
- PAN, J. C.-H. y M.-H. WU (2012), «Throughput analysis for order picking system with multiple pickers and aisle congestion considerations», *Computers & Operations Research*, **39**(7), págs. 1661 – 1672, URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054811002838>.
- PEREZ, N. (2011), «Gestión del aprovisionamiento», Recurso libre, disponible en <https://sites.google.com/site/bynachoperez1504/5-gestion-de-almacenes/b-partes-y-funciones-del-almacen>.
- PETERSEN, C. G. y I. R. W. SCHMENNER (1999), «An Evaluation of Routing and Volume-based Storage Policies in an Order Picking Operation», *Computers & Operations Research*, **30**(2), págs. 481–501.
- RATLIFF, H. D. y A. S. ROSENTHAL (1983), «Order-Picking in a Rectangular Warehouse: A Solvable Case of the Traveling Salesman Problem», *Operations Research*, **31**(3), págs. 507–521.
- ROODBERGEN, K. J. y R. DE KOSTER (2001a), «Routing methods for warehouses with multiple cross aisles», *International Journal of Production Research*, **39**(9), págs. 1865–1883.
- ROODBERGEN, K. J. y R. DE KOSTER (2001b), «Routing order pickers in a warehouse with a middle aisle», *European Journal of Operational Research*, **133**(1), págs. 32 – 43, URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221700001776>.

- ROUWENHORST, B., B. REUTER, V. STOCKRAHM, G. J. VAN HOUTUM, R. J. MANTEL y W. H. M. ZIJM (2000), «Warehouse design and control: Framework and literature review», *European Journal of Operational Research*, **122**(3), págs. 515 – 533.
- SAUCEDO (2005), *Verificación y empleo computacional de un modelo matemático utilizado para un layout en un centro de distribución*, Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de Nuevo León.
- SCHOLZ, S., ANDRÉAND HENN, M. STUHLMANN y G. WÄSCHER (2016), «A new mathematical programming formulation for the Single-Picker Routing Problem», *European Journal of Operational Research*, **253**(1).
- SHIAU, J. Y. y M. C. LEE (2010), «A warehouse management system with sequential picking for multi-container deliveries», *Computers and Industrial Engineering*, **58**(3).
- SHQAIR, M., S. ALTARAZI y S. AL-SHIHABI (2014), «A statistical study employing agent-based modeling to estimate the effects of different warehouse parameters on the distance traveled in warehouses», *Simulation Modelling Practice and Theory*, **49**, págs. 122 – 135, URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1569190X14001312>.
- SIMCHI-LEVI, D., S. KAMINSKY y E. SIMCHI-LEVI (2008), *Designing and Managing the Supply Chain: concepts, Strategies and case studies*, tercera edición, McGraw-Hill Book Company.
- THEYS, C., O. BRÁYSY, W. DULLAERT y B. RAA (2010), «Using a TSP heuristic for routing order pickers in warehouses», *European Journal of Operational Research*, **200**(3).
- TOMPKINS, J., J. WHITE, Y. BOZER y J. M. A. TANCHOCO (2010), *Facilities planning 4th ed*, John Wiley and Sons.

- VAN GILS, T., K. RAMAEKERS, K. BRAEKERS, B. DEPAIRE y A. CARIS (2018a), «Increasing order picking efficiency by integrating storage, batching, zone picking, and routing policy decisions», *International Journal of Production Economics*, **197**, págs. 243 – 261.
- VAN GILS, T., K. RAMAEKERS, A. CARIS y R. B. DE KOSTER (2018b), «Designing efficient order picking systems by combining planning problems: State-of-the-art classification and review», *European Journal of Operational Research*, **267**(1), págs. 1 – 15.
- VAUGHAN, T. y C. PETERSEN (1999), «The effect of warehouse cross aisles on order picking efficiency», **37**, págs. 881–897.
- WATERS, D. (2003), *Logistics: An Introduction to Supply Chain Management*, tercera edición, Palgrave Macmillan.
- WEIDINGER, F. (2018), «Picker routing in rectangular mixed shelves warehouses», *Computers and Operations Research*.
- ZUNIGA, C. A., E. OLIVARES-BENITEZ, A. M. TENAHUA y M. A. MUJICA (2015), «A methodology to solve the Order Batching Problem», *IFAC-PapersOnLine*, **28**(3).